ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ НЕТИПОВОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОРОДСКОЙ ДВОРЕЦ
ТВОРЧЕСТВА ЮНЫХ»

МЕТОДИЧЕСКАЯ РАЗРАБОТКА

«Использование игр на уроках математики в средней и старшей школе»

Наумова Мария Владимировна

Учитель Аничкова лицея

Санкт-Петербург

2016 год

Содержание

Введение

Использование игр считается весьма желательным для обучения дошкольников и школьников младшего возраста. Считается, что школьники старших классов гораздо более серьезны и способны учиться «без баловства». Тем не менее, мой опыт показывает, что старшеклассники зачастую не менее азартны, чем младшие школьники, а игры на уроках способствуют тому, что скучные во время традиционного урока задачи и примеры решаются с большим интересом, причем в гораздо большем количестве.

Современные дети не любят монотонный труд, их внимание быстро рассеивается, они предпочитают не делать то, что непонятно «а зачем?». При этом они плохо идут к далеким целям (например, «хорошо сдать ЕГЭ и поступить в хороший ВУЗ», даже цель «не получить «2» в полугодии обычно кажется слишком далекой и неактуальной в начале полугодия). Уроки, проведенные в форме игры, с одной стороны позволяют поставить перед учащимися очень близкую цель – «победить одноклассников к концу урока», а с другой – добиться поставленных перед учителем образовательных целей, например, отработать навыки решения конкретных типов заданий, повторить тему, научиться применять только что изученный алгоритм решения и т.п.

Отсутствие работ, посвященных играм в старших классах, особенно, на уроках математики, определяет как новизну, так и актуальность данной методической разработки.

Целью данной методической разработки является ознакомление широкого круга читателей с методикой использования игровых технологий на уроках математики в старших классах.

Для достижения этих целей нужно выполнить ряд задач:

- рассмотреть область применения игр на уроках математики в целом;
- рассмотреть конкретные игры с указанием области применения, методикой конструирования игр под конкретные учебные задачи, правил проведения;
- привести примеры описанных игр.

Важно отметить, что, несмотря на то, что в данной разработке рассматриваются игры применительно только к урокам математики, все они могут легко быть использованы и на других уроках с теми же задачами.

Основная часть

Использование игровых технологий на уроках

Игры на уроках много используются в дошкольном образовании и в младших классах. Считается, что чем старше ребенок, тем легче ему надолго сосредоточиться на скучной и монотонной деятельности, ярким примером которой является решение однотипных примеров, уравнений и задач на уроках математики, без которой, однако, прогресс в изучении математики практически невозможен. Однако в последние годы школьники, особенно старшие, часто отказываются делать то, что им кажется неинтересным, у чего нет близкой цели, поэтому перед учителем встает вопрос: как мотивировать учащегося делать не очень интересную для него работу. Ответ прост: поставить перед ним простую и выполнимую в пределах одного урока (пары) цель. При этом цель «получить пятерку» в старших классах работает гораздо хуже, чем цель «победить всех одноклассников и получить небольшой приз».

В педагогической литературе представлено мало игр для учащихся старших классов, особенно по математике ([3]), этот вопрос вообще мало изучен, хотя о применении технологии игрового обучения в последнее время говорят все больше (например, [2], [4], [5]). Таким образом, данная методическая разработка позволяет заполнить дефицит конкретных приложений данных технологий для учащихся старших и средних классов, что и определяет как ее новизну, так и актуальность.

Следует отметить, что в классе всегда находятся один-два человека, которые не любят участвовать в соревнованиях. С такими учащимися нужна дополнительная индивидуальная работа, но обычно они согласны просто решать задачи, не участвуя в соревновательной части. Также проблему нежелающих соревноваться и «аутсайдеров» – учащихся, которые учатся значительно хуже и никогда не побеждают в соревнованиях, можно решить, предложив незначительную награду (например, конфету-карамельку) всем, кто наберет не менее определенного количества баллов / дойдет до определенного этапа игры, и более значительную награду (например, шоколадную конфету) победителям. Также можно выставлять за игру оценки, но это зачастую сводит на нет все привлекательные стороны соревнования.

Важным моментом является новизна формата. Все ученики привыкли к схеме урока «разбор домашнего задания – объяснение нового материала – пример решения задачи – самостоятельное решение задач при помощи учителя, указывающего на ошибку – самостоятельная работа в конце урока». Выход за пределы этой схемы, необходимость понимать правила игры, самостоятельно проверять правильность решения переключают внимание и развивают важные метапредметные навыки, а именно:

– «умение самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности; самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность; использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях;

– умение продуктивно общаться и взаимодействовать в процессе совместной деятельности, учитывать позиции других участников деятельности, эффективно разрешать конфликты;

– владение навыками познавательной … деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания;…

– умение использовать средства информационных и коммуникационных технологий в решении когнитивных, коммуникативных и организационных задач…

– владение языковыми средствами – умение ясно, логично и точно излагать свою точку зрения, использовать адекватные языковые средства;

– владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств их достижения».[1]

В данной методической разработке рассматриваются игры с соревновательным компонентом, как командные, так и индивидуальные. Большая часть взята из арсенала математических кружков и турниров ([1], [6]) и адаптирована для проведения в общеобразовательной школе. Все игры подразумевают решение довольно большого количества задач за ограниченное время. Игра проводится по возможности на спаренных уроках (два урока подряд) со следующим распределением времени:

Таблица 1. Распределение времени на игровом уроке

Действие	*Отведенное время*	
	Один урок	*Два урока*
Объяснение правил и разбиение на команды	10 минут	10 минут
Игра (без учета времени перемены)	30 минут	70 минут
Подведение итогов, рефлексия, разбор отдельных заданий (если нужно)	5 минут	10 минут

Очень важно в начале урока четко и ясно донести до учащихся как правила конкретной игры, так и ее цель, убедиться, что все поняли формат, иначе значительную часть времени придется потратить на объяснения каждой команде в отдельности, что и как нужно делать.

[1] Федеральный государственный образовательный стандарт среднего общего образования

Как и любой другой формат, игры приедаются, если использовать их слишком часто. Рекомендуемая частота использования:

- один-два раза в месяц для учащихся 5-7 классов;
- один раз в один-два месяца для учащихся 8-9 классов;
- один раз в четверть-полугодие для учащихся 10-11 классов.

Далее представлены конкретные примеры игр, которые можно использовать на уроках математики, с указанием, как их лучше применять и конструировать самостоятельно.

Математическая абака

Область применимости. Эта игра годится для итогового повторения нескольких тем, например, в конце четверти или начале учебного года.

Сложность подготовки: средне.

Сложность проведения: просто.

Необходимое оборудование и условия. Для учителя: принтер для распечатки задачам, бланков ответов и ответов для учителя. Для учащихся: бумага, пишущие принадлежности, аудитория с возможностью распределиться командами до 6 человек.

Подготовка. Необходимо выбрать 4-6 тем, в каждой из которых нужно подобрать 4-6 задач (одинаковое количество в каждой теме) возрастающей сложности, имеющие однозначный ответ; задачам присваивается стоимость от 10 с шагом 10. Общее количество задач зависит от времени (один или два урока), их сложности, размера команд и подбирается индивидуально в каждом конкретном случае. Задачи распределяются на одном или нескольких листах (см.табл.2). Аналогично составляется бланк ответов – лист, на котором напечатана таблица с темами и стоимостью задачи. Распечатывается по пакету условий (один или два) и бланку ответов на команду. Также составляется и распечатывается сетка с ответами для учителя.

Таблица 2. Бланк задач для игры математическая абака

	Тема 1	***Тема 2***	***Тема 3***	***Тема 4***
10	Условие задачи	Условие задачи	Условие задачи	Условие задачи
20	Условие задачи	Условие задачи	Условие задачи	Условие задачи
30	Условие задачи	Условие задачи	Условие задачи	Условие задачи
40	Условие задачи	Условие задачи	Условие задачи	Условие задачи

Команды по 4-6 человек. Желательно, чтобы количество человек в команде соответствовало количеству тем.

Цель игры. Набрать как можно больше баллов

Ход игры. Получив задачи, учащиеся начинают их решать. Сдавать нужно только ответ. Решать можно в любом порядке, но ответ не принимается, пока не сданы все предыдущие задачи в этой теме (например, нельзя сдать задачу №3, пока не сданы задачи №1 и №2 той же темы); при этом задачи в разных темах можно сдавать независимо друг от друга. На решение задачи можно давать от 1 (если преподаватель хочет, чтобы ученики с самого начала ответственно отнеслись к проверке решений внутри команды – тогда на этом нужно сделать акцент при объяснении правил; годится для итогового повторения) до 3 попыток (если, например, задачи сложные и преподавателю кажется уместным указать учащимся на неправильный ответ; используется в ситуации, когда темы новые). Правильность / неправильность попытки отмечается на бланке ответов плюсом или минусом (в случае более, чем одной попытки, каждая неправильная попытка отмечается отдельным минусом, чтобы можно было контролировать количество попыток). За правильно решенную задачу команда получает количество баллов, равное цене задачи.

Помимо баллов за задачи, команда может получить следующие бонусы:

– Бонус-строчка. Команда получает его, если правильно решила все задачи в строчке. Равен цене задачи в строчке.

– Бонус-столбик. Команда получает его, если правильно решила все задачи одной темы. Равен среднему арифметическому цены всех задач темы (например, если в теме 5 задач, то их стоимость 10, 20, 30, 40 и 50, а бонус-столбик будет равен 30).

– Бонус-время. Команда получает его, если первой заполнила верно строчку или столбик. Бонус-время за каждую строчку или столбик начисляется только один раз.

Окончание игры. Игра заканчивается, если заканчивается время или если команда решила все задачи. За пять минут до конца времени рекомендуется объявить об этом, чтобы учащиеся могли записать все те ответы, которые у них есть. В конце нужно проверить все ответы, вне зависимости от того, решены ли предыдущие (в этой ситуации нерешенные задачи просто считаются решенными неправильно).

Начисление баллов и условие выигрыша. Итоговый результат складывается из баллов, полученных за решение задач и бонусных баллов (подсчет баллов можно делегировать самим учащимся). Побеждает команда, набравшая больше балов.

С примерами математической абаки можно ознакомиться в приложении 1.

Математическая карусель

Область применимости. Эта игра идеально подходит для отработки навыка в рамках конкретной темы в ситуации, когда нужно решить много однотипных примеров. Игра имеет множество модификаций, рассмотрим две основные.

Математическая карусель: простой вариант

Сложность подготовки: средняя.

Сложность проведения: средне (требует постоянного контроля и внимательности).

Необходимое оборудование и условия. Для учителя: принтер для распечатки задач и ответов для учителя, корзина для бумаг. Для учащихся: бумага, пишущие принадлежности, аудитория с возможностью быстрого доступа к учителю от каждого ученика / каждой парты.

Подготовка: нужно подобрать 20-30-40 простых задач, желательно возрастающей сложности, с однозначным ответом. Задачи нумеруются по порядку и записываются в таблицу, как указано ниже. Распечатывается пакет задач по количеству предполагаемых команд (см. табл. 3) и один лист с ответами для учителя. Задачи для учащихся разрезаются так, что каждая задача оказывается на отдельной карточке, и группируются позадачно (например, скрепляются скрепкой). В дальнейшем задачи рекомендуется разложить на столе по возрастанию номеров так, чтобы было удобно раздавать их учащимся. Также распечатывается бланк результатов (см. табл. 4), в который будут вноситься позадачные результаты. Рекомендуется распечатать его достаточно крупно и закрепить на доске, чтобы учащиеся могли самостоятельно вносить результаты.

Таблица 3. Бланк задач для игры математическая карусель

1	Условие задачи
2	Условие задачи
3	Условие задачи
…	…
n	Условие задачи

Таблица 4. Бланк результатов для игры математическая карусель

Название команды	1	2	3	…	n	Сумма
1.						
2.						
…	…	…	…	…	…	…
k.						

Команды по 1-2 человека.

Цель игры. Набрать как можно больше баллов, составив как можно более длинную цепочку правильно решенных задач.

Ход игры. Каждая команда получает по одной (в случае команды из двух человек можно 2) задачи и начинают их решать. Сдавать нужно только ответ, который пишется прямо на карточке с задачами. На решение задачи можно давать от 1 до 3 попыток (в зависимости от изученности темы и уровня класса). Если попыток больше одной, то каждую неверную попытку нужно отмечать на карточке отдельным минусом. Как только попытки заканчиваются, карточка выбрасывается, а учащиеся получают следующую задачу.

Важно обратить внимание учащихся, что если на руках у команды две задачи, то они сами должны следить за тем, какую следующую задачу они должны получить.

Если задача решена правильно, то учитель или учащиеся самостоятельно ставят плюс в бланк результатов, если неправильно – то минус.

Окончание игры. Игра заканчивается, если заканчивается время или если команда решила все задачи. За пять минут до конца времени прекращается выдача новых задач, учащиеся могут только дорешивать задачи, которые есть у них на руках.

Начисление баллов и условие выигрыша. За первую правильно решенную задачу команда получает один балл, за каждую следующую правильно решенную задачу она получает на один балл больше, каждая неправильно решенная задача на один уменьшает количество баллов (до минимума в один балл), которое команда получит за следующую правильно решенную задачу (см. пример). Итоговые баллы суммируются. Побеждает команда, набравшая больше баллов.

Таблица 5. Пример начисления баллов за игру математическая карусель

Команда	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Сумма
Ком. N	+	+	+	-	+	+	+	-	-	+	+	-	-	-	+	21
Баллы	1	2	3	0	2	3	4	0	0	2	3	0	0	0	1	21

По окончании игры необходимо подсчитать набранные каждой командой баллы (можно делегировать это самим учащимся) и огласить результаты игры.

Математическая карусель: сложный вариант

Сложность подготовки: средняя.

Сложность проведения: сложно (требует постоянного контроля и внимательности; важно убедиться, что учащиеся четко уяснили правила игры и в состоянии сами контролировать процесс получения задач).

Необходимое оборудование и условия. Для учителя: принтер для распечатки задач и ответов для учителя, корзина для бумаг. Для учащихся: бумага, пишущие принадлежности, аудитория с возможностью быстрого доступа к учителю от каждого ученика / каждой парты.

Подготовка: нужно подобрать два блока по 20-30-40 задач, желательно возрастающей сложности, с однозначным ответом. В первом блоке (он называется «исходный рубеж») задачи должны быть попроще, во втором («зачетный рубеж») – посложнее. Задачи нумеруются по порядку и записываются в таблицу, как указано ниже. Распечатывается пакет задач по количеству предполагаемых команд (см. табл. 6) и один лист с ответами для учителя. Задачи для учащихся разрезаются так, что каждая задача оказывается на отдельной карточке, и группируются позадачно (например, скрепляются скрепкой). В дальнейшем задачи рекомендуется разложить на столе по блокам и по возрастанию номеров так, чтобы было удобно раздавать их учащимся. Также распечатывается бланк результатов (см. табл. 4), в который будут вноситься позадачные результаты. Рекомендуется распечатать его достаточно крупно и закрепить на доске, чтобы учащиеся могли самостоятельно вносить результаты.

Таблица 6. Бланк задач для игры математическая карусель (сложный вариант)

1 (исх)	Условие задачи	1 (зач)	Условие задачи
2 (исх)	Условие задачи	2 (зач)	Условие задачи
3 (исх)	Условие задачи	3 (зач)	Условие задачи
…	…	…	…
n (исх)	Условие задачи	n (зач)	Условие задачи

Команды по 1-2 человека.

Цель игры. Набрать как можно больше баллов, составив как можно более длинную цепочку правильно решенных задач.

Ход игры: Основная концепция: задачи исходного рубежа нужны, чтобы переходить на зачетный рубеж. Задачи зачетного рубежа нужны, чтобы получать баллы.

Каждая команда получает по одной (в случае команды из двух человек можно 2) задаче исходного рубежа и начинают ее решать. Сдавать нужно только ответ, который пишется прямо на карточке с задачами. На решение задачи можно давать от 1 до 3 попыток (в зависимости от изученности темы и уровня класса). Если попыток больше одной, то каждую неверную попытку нужно отмечать на карточке отдельным минусом. Как только попытки заканчиваются, карточка выбрасывается, а учащиеся получают следующую задачу. При этом в случае правильного решения задачи как исходного, так и зачетного рубежей, команда получает задачу зачетного рубежа, а в случае неправильного решения задачи как исходного, так и зачетного рубежей, команда получает задачу исходного рубежа. При этом правильно решенная задача зачетного рубежа приносит баллы, начисляемые по правилам, описанным ниже, а правильно решенная задача исходного рубежа дает возможность решать задачи зачетного рубежа. Неправильно решенная задача зачетного рубежа прерывает цепочку. При этом номер очередной задачи, получаемой на исходном рубеже, не зависит от номера задач, получаемой на зачетном. Например, команда решила задачу 1 (исх) и перешла на зачетный рубеж, где сначала решила задачи 1 (зач), 2 (зач), 3 (зач), а при решении задачи 4 (зач) допустила ошибку. Следующая задача, которую они получают – 2 (исх). Если же она будет решена правильно, то она получит задачу 5 (зач), которая следует за неправильно решенной задачей 4 (зач).

Важно обратить внимание учащихся, что они сами должны следить за тем, какую следующую задачу они должны получить.

Если задача зачетного рубежа решена правильно, то учитель или учащиеся самостоятельно ставят плюс в бланк результатов, если неправильно – то минус.

Окончание игры. Игра заканчивается, если заканчивается время или если команда решила все задачи на зачетном рубеже. За пять минут до конца времени прекращается выдача новых задач, учащиеся могут только дорешивать задачи, которые есть у них на руках.

Начисление баллов и условие выигрыша. За первую правильно решенную задачу зачетного рубежа команда получает один балл, за каждую следующую правильно решенную задачу она получает на один балл больше, каждая неправильно решенная задача на один уменьшает количество баллов (до минимума в один балл), которое команда получит за следующую правильно решенную задачу (см. пример в табл. 5 в простой версии игры). Итоговые баллы суммируются. Побеждает команда, набравшая больше баллов.

По окончании игры необходимо подсчитать набранные каждой командой баллы (можно делегировать это самим учащимся) и огласить результаты игры.

С примерами математической карусели можно ознакомиться в приложении 2.

Математическая регата

Область применимости. Эту игру хорошо использовать в ситуации, когда важно, чтобы учащиеся записывали подробные решения задач

Сложность подготовки: простая.

Сложность проведения: средне.

Необходимое оборудование и условия. Для учителя: принтер для распечатки задач и ответов для учителя, листы для ответов по количеству задач, умноженному на количество команд. Для учащихся: бумага, пишущие принадлежности, аудитория с возможностью сесть командой.

Подготовка: Нужно подобрать три-четыре блока по три-четыре задачи, в которых возможна дифференцированная оценка решения. В рамках одного блока задачи должны быть одной сложности, блоки должны располагаться в порядке возрастания сложности задач; в первом блоки задачи должны быть такой сложности, чтобы их могли решить все участники.

Задачи размещаются на карточках по блокам с заголовком «Первый этап», «Второй этап» и т.д. и указанием стоимости каждой задачи блока и времени решения блока. Рекомендуется стоимость задач распределять так, чтобы стоимость задачи последнего тура относилась к стоимости задачи первого тура как 3:2 (т.е. для трех туров, например, задача первого тура стоит 4 балла, второго – 5 баллов, третьего – 6 баллов; для четырех туров – 6, 7, 8 и 9 баллов и т.д.). Время рекомендуется распределить так, чтобы на первый этап его пришлось меньше всего, на второй – больше всего (например, на три этапа это может быть 10, 15 и 20 минут; на 4 этапа – 5, 10 15 и 20 минут).

Команды по 3-4 человека.

Цель игры. Набрать как можно больше баллов, правильно решив и расписав решение как можно большего количества задач.

Ход игры. Каждая команда получает задачи первого этапа и листы для записи решения по количеству задач и начинает их решать и записывать решения на листы ответов. По окончании времени этапа решения собираются, учитель рассказывает решения всех задач данного этапа и раздает задачи следующего этапа. Пока учащиеся решают, учитель проверяет решения задач предыдущего этапа и заносит на доску результаты. Проверка задач последнего этапа и оглашение результатов допустимо оставить до следующего урока, если времени в рамках одного урока не хватает.

Окончание игры. Игра заканчивается, когда заканчивается время, отведенное на решение всех задач.

Начисление баллов и условие выигрыша. Баллы начисляются после каждого этапа, результаты заносятся на доску так, чтобы все участники их видели. Побеждает команда, набравшая больше баллов.

С примерами математической регаты можно ознакомиться в приложении 3.

Математический биатлон

Область применимости. Эта игра годится как для итогового повторения, так и для отработки навыков в одной теме.

Сложность подготовки: простая.

Сложность проведения: средне.

Необходимое оборудование и условия. Для учителя: принтер для распечатки задач и ответов для учителя, корзина для бумаг. Для учащихся: бумага, пишущие принадлежности, аудитория с возможностью быстрого доступа к учителю от каждой команды. Возможно проведение игры с возможностью реального бега (например, в зале для занятий физической культурой).

Подготовка: Нужно подобрать три-четыре блока по 8 задач с однозначным ответом. В рамках одного блока задачи должны быть одной сложности, блоки должны располагаться в порядке возрастания сложности задач; в первом блоки задачи должны быть такой сложности, чтобы их могли решить все участники.

Задачи размещаются на карточках по блокам с заголовками «Лежа», «Сидя», «Стоя», «На ходу» (либо «Первый рубеж», «Второй рубеж» и т.д.). Внутри блока задачи необходимо разделить на две группы: 5 задач («Основная обойма») и 3 задачи («Запасные пули»)

Команды по 2-4 человека.

Цель игры. Набрать как можно меньшее итоговое время, правильно решив необходимый минимум задач.

Ход игры: Команды получают задачи первого этапа и начинают решать задачи «основной обоймы», в этот момент начинается отсчет времени. Как только команда считает, что они решили все задачи, они их сдают, а учитель проверяет правильность ответов. Если сколько-то задач решено неправильно, то учащиеся могут решить задачи из «запасной обоймы». Как только пять задач будет решено верно, либо закончатся задачи запасной обоймы, команды получают штрафное время по количеству неверно решенных задач (до пяти) и следующий блок задач. Штрафное время рекомендуется приблизительно рассчитать из того, сколько времени учащиеся тратят на одну задачу блока (от одной до 5 минут). Допустимо заменить виртуальное штрафное время на реальное (например, пробежать два круга по физкультурному залу, десять раз отжаться и т.п.)

Окончание игры. Игра заканчивается, когда заканчиваются все задачи (для конкретной команды) или когда заканчивается время урока.

Начисление баллов и условие выигрыша. Итоговый результат складывается из чистого времени, затраченного на решение задач и штрафного времени за нерешенные задачи. Побеждает команда, набравшая меньшее суммарное время.

С примерами математического биатлона можно ознакомиться в приложении 4.

Математическое домино

Область применимости. Эта игра подходит, когда нужно отработать решение задач, в которых можно допустить ошибку (пропустить ОДЗ или ОВР, забыть про модуль при вынесении из-под знака корня и т.п.).

Сложность подготовки: средняя.

Сложность проведения: средне.

Необходимое оборудование и условия. Для учителя: принтер для распечатки задач и ответов для учителя, корзина для бумаг. Для учащихся: бумага, пишущие принадлежности, аудитория с возможностью быстрого доступа к учителю от каждой команды.

Подготовка: Нужно подобрать 28 задач различной сложности. Каждая задача размещается на карточку-доминошку, нумерованную от «0-0» до «6-6». Распределять задачи по карточкам нужно из расчета, что максимальный полученный за задачу балл равен сумме чисел на доминошке. Карточки нужно разрезать и распределить по порядку, сгруппировав все карточки для одной команды.

Команды по 2-4 человека.

Цель игры. Набрать как можно больше баллов, решив как можно больше задач с первой попытки.

Ход игры: Команда получает количество задач с минимально возможной стоимостью по числу человек в команде. Каждую задачу (кроме задачи «0-0») можно сдавать два раза. Если задача сдана правильно с первого раза, то команда получает сумму баллов доминошки. Если задача сдана правильно со второго раза, то команда получает больший балл из двух написанных на доминошке. После того как задача решена (или два раза сдана неправильно), учащиеся могут выбрать, какую задачу они хотят получить дальше (называют доминошку). Доминошку «0-0» можно сдавать только один раз; за ее правильное решение команда получает 10 баллов.

Окончание игры. Игра заканчивается, если заканчивается время или если команда решила все задачи. За пять минут до конца времени прекращается выдача новых задач, учащиеся могут только дорешивать задачи, которые есть у них на руках.

Начисление баллов и условие выигрыша. Итоговая сума баллов складывается из полученных баллов за каждую задачу. Побеждает команда, набравшая больше баллов.

С примерами математического домино можно ознакомиться в приложении 5.

Математическая пентаграмма

Область применимости. Эта игра хороша для отработки навыков в только что пройденных темах (линейные уравнения, квадратные уравнения, системы уравнений и т.п).

Сложность подготовки: сложная.

Сложность проведения: просто.

Необходимое оборудование и условия. Для учителя: принтер для распечатки правил. Для учащихся: бумага, пишущие принадлежности, компьютеры по количеству команд с установленным Microsoft Word, LibreOffice Writer или иным приложением, поддерживающим открытие текстовых файлов с форматированием формул или рисунков *по паролю*. Возможен вариант проведения с размещением задач в интернете, тогда необходимы компьютеры, планшеты или мобильные телефоны с доступом в интернет, минимальное знание учителем HTML и JavaScript.

Подготовка: Для начала нужно придумать схему, по которой учащиеся будут раскрывать новые задачи (см. пример такой схемы на рисунке 1). После этого необходимо придумать задачи по количеству использованных в схеме кружочков. Задачи должны иметь достаточно короткие и однозначные ответы, сложность должна возрастать по мере приближения к концу.

Задачи сводятся в таблицу, в которой указывается условие задачи, ответ на нее и пароль, необходимый для ее открытия, составленный из ответов на предыдущие задачи по схеме.

Далее задачи записываются каждая в отдельный файл MS Word, файлы, начиная с некоторого номера, шифруются паролем. Первые задачи можно поместить в один файл. Файлы рекомендуется называть «Задача 1», «Задача 2» и т.д., либо иным однотипным образом, в котором участвует номер задачи. Все файлы сохраняются в отдельную папку.

Далее необходимо создать файл с описанием, в который помещена схема и подробно описаны правила, по которым записываются ответы и формируются пароли (с примерами описаний можно ознакомиться в приложении 6). Этот файл желательно разместить на одной странице и распечатать.

Также рекомендуется создать и распечатать для учащихся таблицу, в которой указаны номера задач и оставлены свободные ячейки для ответа и пароля.

Возможен вариант размещения заданий в HTML-файлах, с открытием файла по паролю (организовывается, например, посредством JavaScript) с последующим размещением файлов в интернете с возможностью доступа всех учащихся.

Рисунок 1. Пример схемы для игры «Пентаграмма мозга»

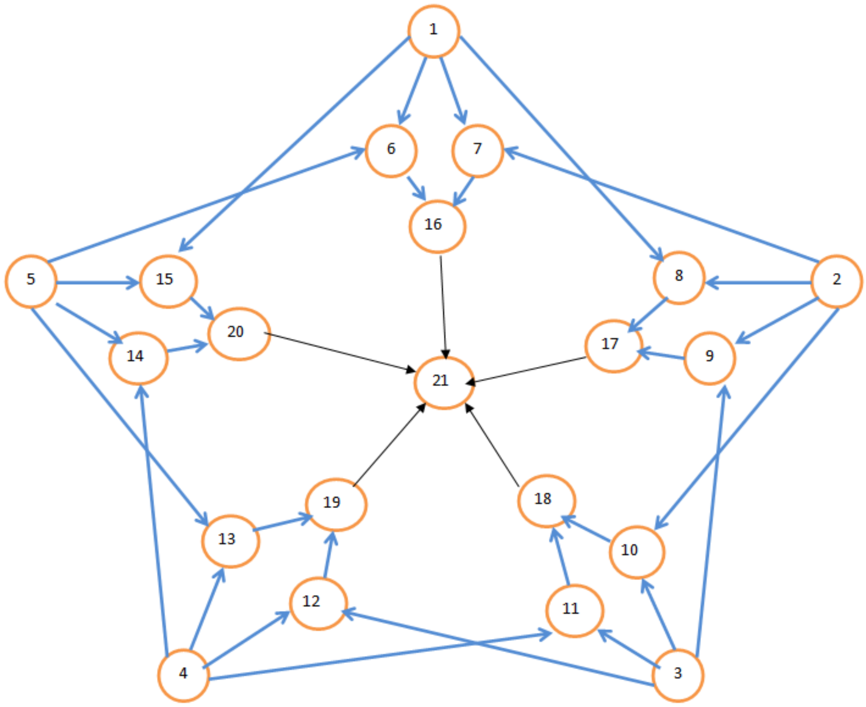

Таблица 7. Таблица для подготовки игры «Пентаграмма мозга»

Задача	Условие	Ответ	Пароль
1	Условие задачи 1	Ответ_1	-
2	Условие задачи 2	Ответ_2	-
3	Условие задачи 3	Ответ_3	-
4	Условие задачи 4	Ответ_4	-
5	Условие задачи 5	Ответ_5	-
6	Условие задачи 6	Ответ_6	Ответ_1Ответ_5
7	Условие задачи 7	Ответ_7	Ответ_1Ответ_2
8		…	…
9	Условие задачи 21	Ответ_21	Ответ_16Ответ_17 Ответ_18Ответ_19 Ответ_20

Команды по 1-2 человека.

Цель игры. Добраться до конца или открыть как можно больше задач.

Ход игры: Учащиеся располагаются за компьютерами, на которых размещена папка со всеми файлами и получают лист с описанием правил. Учитель подробно объясняет правила и приводит примеры, после чего учащиеся начинают решать задачи и пытаются самостоятельно открыть следующие файлы с задачами, самостоятельно ищут ошибки в своих решениях. Допустимо подсказывать учащимся, если они долго не могут решить какую-то задачу (указать на ошибку, подсказать ход решения и т.п.), но не желательно делать это сразу же после первой же ошибки.

Окончание игры. Игра заканчивается, когда заканчивается время, либо когда команда дошла до конца, открыла и решила последнюю задачу.

Начисление баллов и условие выигрыша. Если нет команды, которая дошла до конца, победа присуждается команде, открывшей больше всего задач.

С примерами математической пентаграммы можно ознакомиться в приложении 6.

Заключение

Как показывает мой многолетний опыт использования игра на уроках математики, учащиеся с удовольствием играют в игры, попутно осваивая необходимые темы. Важно, чтобы интерес не терялся, поэтому необходимо не использовать игры слишком часто и использовать в работе с одним классом разные игры. Даже представленных в данной разработке игр хватает, чтобы обеспечить такое разнообразие.

При выборе игры важно обращать внимание на конкретную образовательную задачу, стоящую перед учителем и выбирать более подходящую в каждой конкретной ситуации игру.

В данной методической разработке представлен не весь спектр применяемых на уроках математики игр. В дальнейшем предполагается пополнять архив игр.

Список литературы

1. Генкин С.А., Итенберг И.В., Фомин Д.В. Ленинградские математические кружки : пособие для внеклассной работы. Киров: АСА, 1994.
2. Кларин М.В. Образовательные возможности игры // Современная педагогика. – 2015. – № 3. – С. 34-38.
3. Коваленко В.Г. Дидактические игры на уроках математики : Книга для учителя. – М.: Просвещение, 2010.
4. Михайленко Т.М. Игровые технологии как вид педагогических технологий. // Педагогика: традиции и инновации : Материалы Международной научной конференции. – 2011. – С. 140-146.
5. Новикова А.М. Методология игровой деятельности // Школьные технологии. – 2009. – № 6. – С.77-89.
6. Уральский турнир юных математиков: Архив материалов прошедших турниров. http://turmath.ru/uraltur/archive.php.

Приложение 1. Математическая абака

5-6 класс. Абака для повторения темы «Дроби»

Задания

	Часть по целому	Целое по части	Доля	Смесь	Примеры
10	В пятом классе учится 12 человек. Две трети из них умеют мелодично свистеть. Сколько пятиклассников умеет мелодично свистеть?	Шесть пятиклассников умеют стоять на голове. Это ровно половина пятиклассников. Сколько человек учится в пятом классе?	В пятом классе учится 12 человек. Восемь из них умеет рисовать чертиков. Какую долю составляют эти учащиеся?	У Эдика 80 наклеек, у Андрея на 20 наклеек больше, чем у Эдика, у Миши – третья часть всех наклеек Эдика и Андрея вместе взятых. Сколько наклеек у Миши? У Эдика? У всех вместе?	$12 \cdot 3\frac{11}{25} \cdot 5 + 43{,}6$
20	Уборщица мыла полы под партами. Из двух пятых парт ей под ноги высыпалось нечто странное. Из скольких парт ничего не выпало, если всего она убиралась под 65 партами?	Эдик за первый урок прополз 0,4 коридора, а за второй – остальную часть коридора. Какова длина коридора, если за первый урок Эдик прополз на 80 м меньше, чем за второй?	Из 21 учащегося второй ступени семеро не пришло в школу. Какая доля учащихся пришла на уроки?	Пятиклассники принесли в класс 3 кг конфет. За первую перемену они съели 1/6 часть конфет, а за вторую – 4/25 остатка. Сколько конфет осталось?	$\left(5\frac{3}{8} + 18\frac{1}{2} - 7\frac{5}{24}\right) : 16\frac{2}{3}$
30	Илья ехал на скейте по коридору длиной 240 метров. В первые 10 секунд он проехал две трети всего коридора. Сколько метров он проехал за оставшееся	Ученик 5 класса пошел в поход на 4 дня. В первый день он прошел ¼ всего пути, во второй 3/7 оставшегося пути, а в третий и четвертый проходил по 12 км. Чему	Из 24 наугад выбранных учащихся 1/6 любит пирожки с лимоном, 12 человек пирожки с яблоками, а остальные – с капустой. Какую долю	Пятиклассники после уборки нашли 60 тетрадей. 2/5 из них были тетрадями в линеечку, ¾ остатка – в клеточку, а остальные – чисто белые. На	$\left(\frac{5}{7} \cdot 2\frac{1}{3} \cdot \frac{5}{6} - 1\right) : \left(1 - \frac{7}{8} \cdot 1\frac{3}{5} \cdot \frac{3}{14}\right)$

	время до того как врезался в стену?	равна длина всего пути?	этих учащихся составляют те, кто любят пирожки с капустой?	сколько тетрадей в линеечку было больше, чем тетрадей в клеточку?	
40	Из 36 бумажек, валявшихся на ковре, половину подобрала Карина, треть остатка подобрала Эмма, а остальные – Соня. Сколько бумажек подобрала Соня?	Ариша нашла улитку и пустила ее ползти по парте. Улитка проползла четверть пути и еще 12 см и ей осталось проползти 3/8 пути и еще 9 см. Какова длина парты?	Если от числа отнять одну треть его, и еще одну четверть его, то получится десять. Какую долю полученное число (10) составляет от исходного?	Стеклянная бутылка с водой весит 550 грамм. Когда из бутылки вылили $\frac{1}{2}$ всей воды, ее масса составляла 300 грамм. Сколько грамм воды было в бутылке сначала? Сколько весит пустая бутылка?	$\dfrac{2\frac{3}{8} : \frac{3}{4} + 24\frac{7}{9}}{7\frac{1}{8} - 157\frac{4}{5} : 24}$
50	Апельсиновцы для сдачи макулатуры собрали 3200 бумажек. Из них белые бумажки составляли 55% всех бумажек, причем 2/11 из них были с рисунками. Сколько бумажек с рисунками сдали в макулатуру?	Катя прочитала интересную книгу за три дня. В первый день она прочитала 1/5 всей книги, во второй – 5/8 остатка, а в третий – 1/3 нового остатка и последние 16 страниц. Сколько страниц в интересной книге, которую прочитала Катя?	Маша читала книгу, в которой было 3 рассказа. Первый рассказ она прочитала за 20 минут, на чтение второго она потратила на 1/6 часа больше, а чтение третьего заняло на 7/12 часа меньше, чем первого и второго вместе. Какую долю времени Маша читала третий рассказ?	Миша, Илья и Кирилл делили между собой всевкусные конфеты. Миша взял себе ¼ конфет, Илья – 4/9 остатка, а Кирилл – 4/5 нового остатка и последние 10 конфет. Сколько конфет взял себе каждый из них?	$\dfrac{\left(1\frac{1}{2} + 2\frac{2}{3} + 3\frac{3}{4}\right) \cdot 3\frac{3}{5}}{14 - 15\frac{1}{8} : 2\frac{1}{5}}$

Ответы

	Часть по целому	**Целое по части**	**Доля**	**Смесь**	**Примеры**
10	8	12	2/3	60, 80, 240	*250*
20	39	400	2/3	2100	1
30	80	56	1/3	На 3	5/9
40	12	56 см	5/12	500, 50	50 80/99
50	320	80	3/13	120=30+40+50	4

7-8 класс, алгебра. Абака для повторения курса 7 класса

Задания

	Уравнения и системы уравнений	Неравенства	Многочлены и алгебраические выражения	Степени и одночлены	Текстовые задачи
10	Решите систему уравнений: $\begin{cases} 2x+3y=3, \\ 2x-3y=9; \end{cases}$	Сравните числа $\frac{17}{15}$ и $\frac{9}{8}$	Разложите на множители: a^2-b^2-a-b	Выполните действия: $(-2a^2b)^2(-a^2b^3)^3$	Некий учащийся задумал число. Если это число умножить на 4, а к произведению прибавить 8 и полученную сумму разделить на два, то получится 10. Какое число задумал учащийся?
20	Решите уравнение: $\frac{8x+1}{3}=\frac{5x-1}{7}$.	Укажите наибольшее и наименьшее целые числа, принадлежащие промежутку $\left(-3,5;\ 2\frac{1}{2}\right)$;	Сократите дробь: $\frac{2x^2+6xy}{7xy+21y^2}$	Найдите значение дроби $\frac{18^3\cdot 4^2}{12^4}$	Малыши Эрвин, Саня и Егор копали ямки. Эрвин выкопал 25 ямок, Саня выкопал 80% от того, что выкопал Эрвин, а Егор – на пять ямок больше Сани. Сколько ямок они выкопали вместе?
30	Решите уравнение: $\frac{(x^4-16)(x^2+4x+4)}{(x+2)^2}=0$	Зная, что $1.1 < x \le 4.9$, оцените значение выражения $x^2+1.2$	Разложите на множители: x^4-x^3+x-1.	Сколько процентов от числа 500 составляет четвертая степень числа 5?	В первом баке в 4 раза больше мазута чем во втором. Когда из первого бака перелили во второй 10 литров мазута, оказалось, что во втором стало в 1.5 раза больше жидкости, чем в первом. Сколько мазута было в баках первоначально?

40	Решите уравнение: $x^4-3x^3+x-3=0$;	Всегда ли верно неравенство $(12-x)(x+12)>3x(6-x)+2x(x-9)$ Если да, то укажите финальное неравенство доказательства, если нет, то приведите пример числа, при котором оно не выполняется	Найдите значение дроби $\frac{4b^2-9y^2}{4b^2+12by+9y^2}$ при $b=-\frac{1}{4}$, $y=-\frac{5}{6}$.	Вычислите: $\frac{5(3\cdot 7^{15}-19\cdot 7^{14})}{7^{16}+3\cdot 7^{15}}$	В автобусе было n пассажиров. На первых двух остановках вышло по m человек на каждой остановке, а на третьей никто не вышел, но несколько человек вошло, после чего в автобусе стало k человек. Сколько человек вошло в автобус на третьей остановке?
50	Решите систему уравнений: $\begin{cases} x+2y=5, \\ y+2z=12, \\ z+2x=7; \end{cases}$	Известно, что $c-1<a<b+2$; $2b-1<5$; $3c+2>11$. Оцените значение выражения $2a+3$	Известно, что $x_1+x_2=7$, $x_1\cdot x_2=2$. Найдите $x_1^3x_2^6+x_1^6x_2^3$;	При каком значении n верно равенство: $\left(-\frac{1}{3}x^2y\right)^n=-\frac{1}{27}x^6y^3$	Четыре школьника делали покупки в магазине канцтоваров. Первый купил пенал и ручку, заплатив 40 рублей, второй купил ручку и карандаш, заплатив 12 рублей, третий купил пенал, карандаш и две тетради, заплатив 50 рублей; четвертый купил пенал и тетрадь. Сколько заплатил четвертый школьник?
60	Решите систему уравнений: $\begin{cases} x+y=4, \\ (x^2-y^2)(x-y)=16; \end{cases}$	Найдите наименьшее целое x, удовлетворяющее неравенству $\frac{1-x}{2}+3<3x-\frac{2x+1}{4}$	Упростите выражение $\left(a+\frac{a-b}{a+b}-b\right):\left(\frac{2a+1}{a^2-b^2}+1\right)$	Вычислите, если известно, что n – натуральное число, большее 4 $(12\cdot 5^{2n+1}-8\cdot 5^{2n}+4\cdot 5^{2n-1}):(4\cdot 5^{2n-2})$	Каково минимально возможное количество учеников в классе, если известно, что процент неуспевающих в этом классе заключен в пределах от 2.5% до 2.9%?

Ответы

	Уравнения и системы уравнений	Неравенства	Многочлены и алгебраические выражения	Степени и одночлены	Текстовые задачи
10	$(3; -1)$	$>$	$(a+b)(a-b-1)$	$-4a^{10}b^{11}$	3
20	$-\frac{10}{41}$	$2;\ -3$	$\frac{2x}{7y}$	4.5	70
30	2	$2.41 < zzz < 25.21$	$(x-1)(x+1)(x^2-x+1)$	125	$20;\ 5$
40	$3;\ -1$	$144 > 0$	$-\frac{2}{3}$	$\frac{1}{7}$	$k-n+2m$
50	$(1;\ 2;\ 5)$	$7 < zzz < 13$	2408	3	39
60	$(3; 1)$ $(1; 3)$	2	$\frac{a-b}{a-b+1}$	330	35

8 класс, геометрия. Абака в конце третьей четверти

Задания

	Четырехугольники	*Площади*
10	В трапеции $MHPK$ MK — большее основание. Прямые MH и PK пересекаются в точке E, $\angle MEK = 80°$, $\angle EHP = 40°$. Найдите углы трапеции.	В параллелограмме $MPKT$ на стороне MT отмечена точка E, $\angle PEM = 90°$, $\angle EPT = 45°$, $ME = 4$ см, $ET = 7$ см. Найдите площадь параллелограмма.
20	На сторонах BC и AD параллелограмма $ABCD$ взяты точки M и K, $AB = BM = KD$, $\angle AMB = 30°$. Найдите углы параллелограмма и сравните отрезки AM и CK.	Биссектриса угла B прямоугольника $ABCD$ пересекает сторону AD в точке K, $AK = 5$ см, $KD = 7$ см. Найдите площадь прямоугольника.
30	В прямоугольной трапеции диагональ перпендикулярна к боковой стороне, острый угол равен 45°. Найдите отношение оснований.	В ромбе $ABCD$ диагонали равны 5 см и 12 см. На диагонали AC взята точка M так, что $AM : MC = 4 : 1$. Найдите площадь треугольника AMD.
40	В ромбе $MPHK$ угол M острый. Отрезок PE является перпендикуляром к прямой MK, O — точка пересечения диагоналей, а T — общая точка прямых PE и MH, $\angle MTP = 120°$, $OH = a$. Найдите PE.	В трапеции $MHPK$ $MH = HK$, точка A — середина большего основания MK, а точка B — середина боковой стороны MH, $BA \perp MH$, $MK = a$, $HP = b$. Найдите площадь трапеции.
50	На сторонах BC и AD параллелограмма $ABCD$ взяты точки M и K, $AB = BM = KD$, $\angle AMB = 30°$. Найдите углы параллелограмма и сравните отрезки AM и CK.	В равнобедренной трапеции диагональ равна 25 см, а высота 15 см. Найдите площадь трапеции.
60	Дан параллелограмм $ABCD$ с острым углом A. На отрезке AC как на диаметре построена окружность, которая пересекает луч DB в точке E, лежащий вне параллелограмма; $\angle BAE + \angle BCE = 60°$. Найдите расстояние между прямыми BC и AD, если $AB = 10$ см.	Найдите площадь равнобедренного треугольника, если его высота, проведенная к основанию, и отрезок, соединяющий середины основания и боковой стороны, равны по 12 см.

	Подобие	*Разное*
10	Через точку пересечения медиан треугольника MPK проведен отрезок CD, параллельный MK ($C \in MP$, $D \in PK$), $CD = 18$ см. Найдите MK.	В равнобедренной трапеции $MHKP$ проведен перпендикуляр HE к большему основанию MP, $ME = 6$ см, $HK = 10$ см. Найдите большее основание и среднюю линию трапеции.
20	Диагонали трапеции $ABCD$ пересекаются в точке O. Периметры треугольников BOC и AOD относятся как $2 : 3$, $AC = 20$. Найдите длины отрезков AO и OC.	$ABCD$ — прямоугольник. $AB = 8$ см, $BC = 4$ см. На сторонах AB и CD отмечены точки K и P соответственно так, что $AK : AB = CP : CD = 3:8$. а) Докажите, что $KBPD$ — ромб. б) Найдите его периметр и площадь.

30	В трапеции $ABCD$ ($AD \parallel BC$) AC — биссектриса угла A делит трапецию на два подобных треугольника ABC и ACD, $AB = 9$ см, $CD = 12$ см. Найдите периметр трапеции.	В прямоугольном треугольнике ABC ($\angle C = 90°$) BD — биссектриса. Площади треугольников ABD и BCD относятся как 17 : 8. Найдите синус угла ABC.
40	В параллелограмме $ABCD$ $BD \perp AB$, $AB : AD = 1 : 2$, $BE \perp AD$, $AE = 4$ см. Найдите площадь параллелограмма.	В треугольнике ABC на сторонах BC и AC соответственно отмечены точки H и P так, что $PC = 8$ см, $\angle HPC = \angle ABC$. Площади треугольников PHC и ABC относятся как 4:25, $\cos \angle C = \frac{4}{5}$. Найдите высоту BE треугольника ABC.
50	В прямоугольнике $MPKH$ O — точка пересечения диагоналей. Точки A и B — середины сторон MP и MH соответственно. Точка C делит отрезок MK в отношении 1 : 7, считая от точки M; $AC \perp MK$. Найдите отношение сторон BO и PH.	В равнобедренной трапеции диагональ составляет с основанием угол 45°. Высота трапеции равна 8 см. Найдите среднюю линию трапеции.
60	Вычислите $\sin 75°$.	В параллелограмме $ABCD$ угол A острый. Из вершины A проведены высоты параллелограмма AM и AH к сторонам BC и CD соответственно, $MH : AC = 3:4$. Найдите отношение площадей треугольников MAH и ABC.

Ответы:

	Четырехугольники	*Площади*	*Подобие*	*Разное*
10	60°, 120°, 40°, 140°.	77 см^2.	27 см.	22 см, 16 см.
20	60°, 120°; $AM = CK$.	60 см^2.	8 см, 12 см.	20 см, 20 см^2.
30	1 : 2.	12 см^2.	46 см.	$\frac{15}{17}$.
40	a.	$\frac{1}{4}a(a+b)$.	$64\sqrt{3}$ см^2.	12 см.
50	$BO : PH = 1 : 4$.	300 см^2.	$24(7 - 4\sqrt{3})$.	8 см.
60	5 см.	$144\sqrt{3}$ см^2.	$\frac{1}{4}(\sqrt{6}+\sqrt{2})$.	9:16.

9 класс, алгебра. Абака в конце третьей четверти

	Уравнения и системы уравнений	**Неравенства**	**Вещественные числа**
10	Решите систему уравнений: $\begin{cases} x^2+y^2=5, \\ y^6+y^4x^2=80. \end{cases}$	Известно, что $c-1<a<b+2$, $2b-1<5$, $3c+2>11$. Оцените значение выражения $2a+3$	Расположите числа в порядке возрастания: $2^{\sqrt{5}}, 98^0, \left(\frac{3}{7}\right)^{-1}, 32^{\frac{1}{5}}$
20	Решите уравнение: $\frac{x-2}{x^3}=2x-x^2;$	Решите неравенство $(3-\sqrt{10})(2x-7)<0;$	Решите уравнение: $\frac{8}{(\sqrt{2})^x}=4^{3x-2}\sqrt{2}.$
30	Решите систему уравнений: $\begin{cases} 2x^4=3x^2y+20, \\ 3y^2=2x^2y-5; \end{cases}$	Найдите наименьшее целое x, удовлетворяющее неравенству $\frac{1-x}{2}+3<3x-\frac{2x+1}{4}$	Избавьтесь от иррациональности в знаменателе: $\frac{1}{\sqrt[3]{4}+\sqrt[3]{6}+\sqrt[3]{9}}.$
40	Решите уравнение: $\frac{x^2+x+16}{x^2-x+1}-\frac{36-x}{x^3+1}=\frac{x-6}{x+1}$	Найдите середину промежутка, являющегося множеством решений системы $\begin{cases} -\frac{13}{4}+\frac{3x}{4}\leqslant\frac{x-1}{4}-\frac{7}{8}, \\ 2\geqslant\frac{x}{4}+\frac{3-2x}{3}; \end{cases}$	Упростите выражение $\left(\frac{0{,}5a^{\frac{1}{4}}}{(2-a)^{\frac{3}{4}}}+\frac{(2-a)^{\frac{1}{4}}a^{-\frac{3}{4}}}{2}\right):(2a-a^2)^{\frac{1}{4}}.$
50	Решите уравнение: $28x^3+3x^2+3x+1=0;$	Решите систему неравенств $\begin{cases} -2x<5, \\ x-3<1-\frac{x}{2}, \\ 2\left(1-\frac{x}{4}\right)<3, \\ \lvert x-3\rvert\leqslant 2; \end{cases}$	Упростите выражение $\frac{a^{\frac{4}{3}}-b^{\frac{4}{3}}}{\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}}\cdot\frac{a^{\frac{4}{3}}-\sqrt[3]{a^2b^2}+b^{\frac{4}{3}}}{\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}}.$
60	Решите систему уравнений: $\begin{cases} x^2y^2-4x+4y^2=0, \\ x^2-4x+6-2y^6=0. \end{cases}$	Решите неравенство: $\frac{(x^4-1)(x^3-27)(x^2-4x+4)}{x^3+4x^2+12x+9}\geq 0$	Решите неравенство: $x-9<3\sqrt{x+1};$

	Последовательности	Текстовые задачи
10	В арифметической прогрессии 10 членов. Сумма членов с четными номерами равна 25, а сумма членов с нечетными номерами равна 10. Найдите седьмой член прогрессии.	Гипотенуза прямоугольного треугольника равна $3\sqrt{5}$ Найдите катеты, если известно, что после того, как один из них увеличить на $133\frac{1}{3}\%$, а другой – на $16\frac{2}{3}\%$, сумма их длин станет равна 14.
20	Вычислите предел $$\lim_{n\to\infty}\frac{7n+1}{3n-2};$$	Каково минимально возможное количество учеников в классе, если известно, что процент неуспевающих в этом классе заключен в пределах от 2.5% до 2.9%?
30	Подберите формулу общего члена для последовательности: 19; 32; 45; 58; 71…	Четыре школьника делали покупки в магазине канцтоваров. Первый купил пенал и ручку, заплатив 40 рублей, второй купил ручку и карандаш, заплатив 12 рублей, третий купил пенал, карандаш и две тетради, заплатив 50 рублей; четвертый купил пенал и тетрадь. Сколько заплатил четвертый школьник?
40	Найдите наибольший член последовательности, заданный формулой общего члена: $a_n=\frac{n}{n^2+4}$.	Группа учащихся, состоящая из 30 человек, получила на зачете оценки «2», «3», «4» и «5». Сумма полученных оценок равна 93, причем троек было больше, чем пятерок и меньше, чем четверок. Кроме того, число четверок делилось на 10, а число пятерок было четным. Сколько каких оценок получили учащиеся?
50	Шары одинакового радиуса расположили один раз в форме правильного треугольника, а другой раз в форме прямоугольника. Найдите количество шаров, если известно, что и на стороне треугольника, и на большей стороне прямоугольника располагается на два шара больше, чем на меньшей стороне прямоугольника.	Два тела движутся по окружности в одну сторону. Первое обходит окружность на 3 секунды быстрее второго и догоняет второе тело каждые полторы минуты. За какое время каждое из тел проходит окружность
60	Найдите трехзначное число, если его цифры составляют геометрическую прогрессию со знаменателем, отличным от единицы, а цифры числа, меньшего на 200, составляют арифметическую прогрессию.	У безумного коллекционера Васи есть сумма в 53 копейки, составленная из трехкопеечных и пятикопеечных монет. Если в этом наборе все трехкопеечные монеты заменить на пятикопеечные, а все пятикопеечные на трехкопеечные, то полученная в результате сумма уменьшится по сравнению с первоначальной, но не более чем в полтора раза. Сколько трехкопеечных монет было в наборе?

Ответы

	Уравнения и системы уравнений	Неравенства	Вещественные числа	Последовательности	Текстовые задачи
10	$x = \pm 1$ $y = \pm 2$	$7 < xxx < 13$	$1; 32^{\frac{1}{5}}; \frac{3}{7}; 2^{\sqrt{5}}$	8	3,6
20	2	$x > 3{,}5$	1	2 1/3	35
30	$(2; 1), (-2; 1)$	2	$\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{2}$	$13n + 6$	39
40	$-2; \frac{7}{9}$	0,925	$\frac{1}{2a - a^2}$	0,25	2 – 11 3 – 7 4 – 10 5 – 2
50	$-\frac{1}{4}$	$1 < x < 2\frac{1}{3}$	$a^2 + b^2$	15	15, 18
60	$(2; 1);\ (2; -1)$	$x \in (-\infty; -1) \cup (-1; 1] \cup [2; 3]$	$-1 <= x < 24$	842, 248	6

10 класс, геометрия. Абака в конце третьей четверти

	Основы	*Перпендикулярность*
10	В тетраэдре $DABC$ $\angle DBC = \angle DBA = \angle ABC = 60°$. $BD = BA = BC = 4$ см. Найдите площадь грани ADC.	$ABCD$ — квадрат со стороной, равной $\sqrt{2}$, O — точка пересечения его диагоналей, OE — перпендикуляр к плоскости ABC, $OE = \sqrt{3}$. Найдите расстояние от точки E до вершин квадрата.
20	В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ основание $ABCD$ — квадрат со стороной, равной 8 см, остальные грани — прямоугольники. Боковое ребро равно 3 см. E — середина A_1B_1. Постройте сечение параллелепипеда плоскостью, проходящей через AC и точку E, и найдите периметр сечения.	$ABCD$ — параллелограмм. $AD = 4$, $CD = 6$. Отрезок MC перпендикулярен плоскости ABC, $MD \perp AD$. Найдите площадь параллелограмма.
30	В тетраэдре $DABC$ точка P — середина AD, $E \in DB$, причем $DE : EB = 1:3$. Постройте сечение тетраэдра плоскостью, проходящей через точки P и E и параллельной AC, и найдите площадь сечения, если все ребра тетраэдра равны a.	Сторона правильного треугольника ABC равна 4. Треугольник DBC — равнобедренный ($DB = DC$). Их плоскости взаимно перпендикулярны. Плоскость ADC составляет с плоскостью ABC угол 60°. Найдите площадь треугольника DBC.
40	Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$, ребро которого равно 4 см. Диагонали оснований $ABCD$ и $A_1B_1C_1D_1$ пересекаются в точках O и O_1 соответственно. P — середина AD, а T — середина CD. Постройте сечение параллелепипеда плоскостью, проходящей через точки P, T и середину отрезка OO_1 и найдите площадь сечения.	Точка M расположена между параллельными плоскостями α и β. Через точку M проведены две прямые. Первая прямая пересекает плоскость α в точке A, а плоскость β — в точке B. Вторая пересекает эти плоскости соответственно в точках C и D; $MA = MD$; $MC = 32$; $MB = 50$. Расстояние от точки M до плоскости α равно 24. Найдите расстояние между плоскостями.
50	Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$, ребро которого равно 8 см. Точки P, M и T соответственно середины ребер A_1B_1, C_1C и AD. Постройте сечение параллелепипеда плоскостью, проходящей через точки P, M и T и найдите площадь сечения.	Средняя линия прямоугольной трапеции равна 6. Острый угол равен 30°. Точка M удалена от плоскости трапеции на расстояние, равное $2\sqrt{3}$, и находится на равном расстоянии от ее сторон. Найдите расстояние от точки M до сторон трапеции.
60	В тетраэдре $DABC$ $AC = 12$; $DB = 9$; O — точка пересечения медиан треугольника ABC. Постройте сечение тетраэдра плоскостью, которая проходит через точку O и параллельна прямым AC и DB. Найдите площадь сечения, если угол между прямыми AC и DB равен 60°.	В тетраэдре $DABC$ ABC — правильный треугольник со стороной, равной $2\sqrt{3}$. $DA = DB = DC$, $DO \perp ABC$; $DO = \sqrt{3}$. Найдите угол между AC и плоскостью BDC.

	Двугранный угол	*Многогранники*
10	Треугольник ABC — прямоугольный ($\angle C = 90°$), $\angle A = 30°$, $AC = a$, $DC \perp ABC$. $DC = \frac{\sqrt{3}}{2}a$. Чему равен угол между плоскостями ADB и ACB?	В правильной четырехугольной призме $ABCDA_1B_1C_1D_1$ сторона основания равна 1, а боковое ребро — $\sqrt{5}$, K — центр грани AA_1B_1B. Найдите угол между прямой KC и плоскостью основания.
20	На гранях двугранного угла взяты две точки, удаленные от ребра двугранного угла на 6 см и 10 см. Известно, что одна из этих точек удалена от второй грани на 7,5 см. Найдите расстояние от второй точки до противоположной грани двугранного угла.	В правильной треугольной призме через среднюю линию основания под углом 60° к плоскости основания проведена плоскость, пересекающая боковое ребро. Найдите площадь сечения, если сторона основания равна 4 см.

30	Через сторону ромба $ABCD$ проведена плоскость α. Сторона AB составляет с этой плоскостью угол 30°. Найдите угол между плоскостью ромба и плоскостью α, если острый угол ромба равен 45°.	В прямом параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $AB = 1$, $BC = 7\sqrt{3}$. $\angle ABC = 150°$. Через диагональ AC и вершину B_1 проведена плоскость, составляющая с плоскостью основания угол в 60°. Найдите площадь боковой поверхности параллелепипеда.
40	Концы отрезка $AB = 16$ см лежат на гранях двугранного угла, равного 120°. Из точек A и B опущены перпендикуляры AC и BD на ребро двугранного угла. Найдите CD, если $AC = 7$ см и $BD = 11$ см.	2. В правильной четырехугольной пирамиде сторона основания равна 4 см, а расстояние от центра основания до бокового ребра — 2 см. Найдите: 1) угол между смежными боковыми гранями; 2) плоский угол при вершине пирамиды.
50	ABC — правильный треугольник, O — середина AC, $OD \perp ABC$, $OD = 3$. Сторона треугольника равна $\frac{8\sqrt{3}}{3}$. Найдите угол между плоскостями ABD и CBD.	В правильной четырехугольной призме сторона основания равна 8 см, а боковое ребро — $3\sqrt{2}$ см. Через диагональ основания под углом 45° к его плоскости проведено сечение. Найдите его площадь.
60	В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ все грани — квадраты. Найдите величину двугранного угла, который образован сечениями параллелепипеда AB_1C_1D и CB_1A_1D.	Основанием прямого параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ служит ромб $ABCD$. Угол между ребром AA_1 и диагональю B_1D равен 60°, а расстояние между ними равно 3 см. Расстояние между диагональю основания AC и B_1D равно 2 см. Найдите площадь полной поверхности параллелепипеда.

Ответы

	Основы	*Перпендикулярность*	*Двугранный угол*	*Многогранники*
10	$4\sqrt{3}$ см^2.	2	60°.	45°.
20	$(10 + 12\sqrt{2})$ см.	24	4,5 см.	$2\sqrt{3}$ см^2.
30	$\frac{a^2\sqrt{2}}{16}$.	6	45°.	$(1+7\sqrt{3})\cdot\sqrt{381}$
40	$12\sqrt{3}$ см^2.	54	3.	2 arctg $\sqrt{2} \approx 109°28'$; 2) 60°.
50	$48\sqrt{3}$ см^2.	4	87°48′ .	$30\sqrt{2}$ см^2.
60	$12\sqrt{3}$.	$\arccos\frac{\sqrt{7}}{4}$	120°.	$\frac{16}{3}(10\sqrt{3} + 9)$ см^2.

10 класс, алгебра. Итоговая абака

Задания

	Тригонометрия	*Разное*	*Системы*
10	$\operatorname{tg} 3x + 5 = 0$;	Найти наименьшее и наибольшее значения выражения $\frac{4}{x-2} - y^2 + 6y$, если $-1{,}2 \leqslant x \leqslant 1{,}8$ и $\frac{\sqrt{3}}{2} \leqslant y \leqslant 5$.	$\begin{cases} x^2 + y^2 = 74, \\ x + y = 12. \end{cases}$
20	Найдите нули функции $y = 1 + \sqrt{3}\operatorname{ctg}\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$.	Найдите значение функции $f(x) = \begin{cases} \lvert\cos x - 3\rvert, & \text{если } \lvert x\rvert \geqslant 1, \\ \sin(-x), & \text{если } \lvert x\rvert < 1 \end{cases}$ при $x = \frac{\pi}{2}$.	$\begin{cases} x^2 + y^2 = x + y, \\ x^4 + y^4 = \frac{1}{2}(x+y)^2. \end{cases}$
30	$\frac{\cos 2\alpha - \cos 6\alpha + \cos 10\alpha - \cos 14\alpha}{\sin 2\alpha + \sin 6\alpha + \sin 10\alpha + \sin 14\alpha}$;	Найти наименьшее и наибольшее значения функции на указанном промежутке: 1) $f(x) = 0{,}1^{1-\lvert x-2\rvert}$, $[1; 5]$;	$\begin{cases} \frac{2x}{y} + \frac{3y}{x} + 6 = \frac{3}{xy}, \\ \frac{6y}{x} + \frac{4x}{y} - 1 = \frac{45}{xy}. \end{cases}$
40	$\lvert\sqrt{3}\cos x\rvert \leqslant \sin x$;	Определить число корней уравнения: 1) $x^2 - 2x - \log_2 \lvert 1 - x\rvert = 3$;	$\begin{cases} xy = 6, \\ yz = 15, \\ zx = 10. \end{cases}$
50	$\log_4(\cos 2x - 0{,}1) + 1 = \log_2 \operatorname{tg} x$;	Найти все значения параметра a, при которых каждое решение неравенства $\log_{0{,}5} x^2 \geqslant \log_{0{,}5}(x+2)$ является решением неравенства $49x^2 - 4a^4 \leqslant 0$.	$\begin{cases} \sqrt{x-y} = \sqrt[3]{x-y}, \\ \sqrt{x+y-4} = \sqrt[3]{x+y}. \end{cases}$
60	Найдите наименьшее значение выражения $3\cos\alpha - 7\sin^2\alpha$.	Найти все значения параметра a, при каждом из которых имеет решение уравнение: 1) $\log_3\left(\sqrt{a+4} - x\right) + \log_{\frac{1}{3}}(x - a - 1) = \log_9 4$;	$\begin{cases} 3\sin x + 15y = 5x + 3\sin 3y, \\ 3^x = 5^{y^2}; \end{cases}$

	Логарифмы	*Степени*	*Корни*
10	При каких значениях x выражение $\log_{\lvert x-2\rvert}(x-1)$. имееет смысл?	$\left(16^{-0,25}-(2\sqrt{2})^{\frac{1}{3}}\right)\cdot\left(16^{-0,25}+(2\sqrt{2})^{\frac{1}{3}}\right)$;	$\frac{a\sqrt{a}+b\sqrt{b}}{\sqrt[3]{(a^2-ab)^2}\cdot\sqrt[3]{a-2}}:\frac{\sqrt[3]{a}-b}{a\sqrt{a}-b\sqrt{b}}+\frac{a^3-b^3}{b-a}$;
20	Найдите $\log_{ab^2}(ab)$, если $\log_a b-\log_b a=1,5$.	1) $3^{2x}-8\cdot3^x-9=0$;	$\frac{(a^{-1}+2^{-1})\cdot(a+2)^{-1}\cdot\sqrt[5]{a^{13}}}{\sqrt[6]{a^4\cdot\sqrt[5]{a^{-2}}}}$.
30	$3\log_3 x-\log_9 x=5$;	$\left(\frac{3^{\frac{3}{2}}+\frac{1}{8}z^{\frac{3}{5}}}{3+\sqrt{3}\sqrt[5]{z}+\frac{1}{4}\sqrt[5]{z^2}}+\frac{3\sqrt{3}\cdot\sqrt[5]{z}}{2\sqrt{3}+\sqrt[5]{z}}\right)^{-1}:\frac{1}{2\sqrt{12}+\sqrt[5]{32z}}$.	$x^2+\sqrt{x^2+2x+8}=12-2x$.
40	$8\geqslant\log_{0,5}\frac{1}{x-1}$.	$2^{x^2-7x+14}<16$;	$\sqrt{x+6\sqrt{x-9}}+\sqrt{x-6\sqrt{x-9}}=6$.
50	$\log_{\frac{1}{3}}(x-3)+\log_3\sqrt{3x+1}=0$.	$\left(\sqrt{3+2\sqrt{2}}\right)^{\sin x}=3$;	$\frac{\sqrt{1-x}+x^2-2x+1}{x+1}>0$.
60	$\frac{2-\log_{0,5}x}{8-5x}>0$;	$\frac{2}{1+x^2}=3^x+3^{-x}$;	$\frac{\sqrt{-x^2-2x+3}}{\lvert x^2+2x-3\rvert-\lvert x^2+6x+5\rvert}\leqslant0$.

Ответы

	Тригонометрия	*Разное*	*Системы*	*Логарифмы*	*Степени*	*Корни*
10	1) $-\frac{1}{3}\operatorname{arctg}5+\frac{\pi n}{3},\ n\in\mathbb{Z}$;	-15; 7.75	$(5;7),\ (7;5)$.	$(1;2)\cup(2;3)\cup(3;+\infty)$.	$-1,75$;	0
20	$-\frac{7\pi}{24}+\frac{\pi n}{2},\ n\in\mathbb{Z}$.	1) 0,5; 2) $-\frac{1}{6}$.	$(0;0),\ (1;1)$.	$\frac{3}{5}$.	2	a/2
30	$\operatorname{tg}2\alpha$;	0.1; 100	$(-3;1),\ (3;-1),\ \left(-\frac{\sqrt{6}}{2};\sqrt{6}\right),\ \left(\frac{\sqrt{6}}{2};-\sqrt{6}\right)$.	9	4?	2; -4
40	$\left[\frac{\pi}{3}+2\pi k;\ \frac{2\pi}{3}+2\pi k\right],\ k\in\mathbb{Z}$;	4	$(2;3;5),\ (-2;-3;-5)$.	$(1;257]$.	$(2;5)$;	$[9;18]$.
50	$\operatorname{arctg}\sqrt{0,6}+\pi n,\ n\in\mathbb{Z}$;	При $a\leqslant-\sqrt{7}$ и $a\geqslant\sqrt{7}$;	$(4;4),\ \left(\frac{9}{2};\frac{7}{2}\right)$.	8	Корней нет	$(-1;1)$.
60	$-7\frac{9}{28}$.	$\left[-4;\frac{\sqrt{13}-1}{2}\right)$;		$(0,25;1,6)$;	0	$[-3;-2)\cup(-2+\sqrt{3};1]$.

11 класс, геометрия. Абака-повторение в начале года

Задания

	Двугранный угол	Прямая призма, прямой параллелепипед
10	$ABCD$ — ромб. $\angle A = 60°$, $AB = m$, $BE \perp ABC$, $BE = \frac{m\sqrt{3}}{2}$. Найдите угол между плоскостями AED и ABC.	В правильной четырехугольной призме $ABCDA_1B_1C_1D_1$ сторона основания равна 1, а боковое ребро — $\sqrt{5}$, K — центр грани AA_1B_1B. Найдите угол между прямой KC и плоскостью основания.
20	Две точки лежат на грани двугранного угла и удалены от второй грани соответственно на 48 см и 60 см. Одна из этих точек отстает от ребра двугранного угла на 50 см. Найдите расстояние от второй точки до ребра двугранного угла.	В правильной треугольной призме через среднюю линию основания под углом 60° к плоскости основания проведена плоскость, пересекающая боковое ребро. Найдите площадь сечения, если сторона основания равна 4 см.
30	Через вершину прямого угла C равнобедренного прямоугольного треугольника ABC проведена плоскость α, параллельная гипотенузе и составляющая с катетом угол 30°. Найдите угол между плоскостью ABC и плоскостью α.	В правильной четырехугольной призме $ABCDA_1B_1C_1D_1$ сторона основания равна a, а боковое ребро — $\frac{a\sqrt{14}}{4}$. Через диагональ основания BD и середину D_1C_1 проведена плоскость. Найдите площадь сечения.
40	Концы отрезка $AB = 16$ см лежат на гранях двугранного угла, равного 120°. Из точек A и B опущены перпендикуляры AC и BD на ребро двугранного угла. Найдите CD, если $AC = 7$ см и $BD = 11$ см.	В прямом параллелепипеде $ABCD\ A_1B_1C_1D_1$ основанием служит ромб со стороной, равной m, $\angle ADC = 135°$. Через сторону DC и вершину A_1 проведена плоскость под углом 60° к плоскости основания. Найдите длину бокового ребра и площадь сечения.
50	ABC — правильный треугольник, O — середина AC, $OD \perp ABC$, $OD = 3$. Сторона треугольника равна $\frac{8\sqrt{3}}{3}$. Найдите угол между плоскостями ABD и CBD.	В правильной четырехугольной призме сторона основания равна 8 см, а боковое ребро — $3\sqrt{2}$ см. Через диагональ основания под углом 45° к его плоскости проведено сечение. Найдите его площадь.
60	$ABCD$ — квадрат со стороной, равной a, $BM \perp ABC$, $BM = a$. Найдите двугранный угол, образованный гранями AMD и CMD.	В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ все ребра равны между собой. Найдите угол между диагоналями AC_1 и B_1C ее боковых граней.

	Наклонная призма	Пирамида. Усеченная пирамида
10	В наклонной треугольной призме площади двух граней равны 15 см^2 и 25 см^2. Угол между ними 120°. Длина бокового ребра равна 5 см. Найдите площадь боковой поверхности призмы.	В правильной треугольной пирамиде высота равна 12 см, а высота основания — 15 см. Найдите площадь полной поверхности пирамиды.
20	В наклонном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ основанием служит квадрат $ABCD$ со стороной, равной a, $AA_1 = b$, $\angle A_1AD = \angle A_1AB$. Найдите площадь диагонального сечения BB_1D_1D.	Основанием пирамиды $PEFM$ служит равнобедренный треугольник, $EF = EM$, $MF = 20\sqrt{6}$. Боковое ребро PE равно 10 и перпендикулярно к плоскости основания. Угол между PE и плоскостью MPF равен 60°. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.
30	В наклонном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ боковое ребро равно 10, а площадь боковой поверхности — 880. Расстояния от ребра DD_1 до ребер CC_1 и AA_1 относятся, как 7:15. Расстояние между ребрами AA_1 и CC_1 равно 26. Найдите углы между смежными боковыми гранями параллелепипеда.	В правильной четырехугольной пирамиде сторона основания равна a, а боковые ребра наклонены к плоскости основания под углом 60°. Через диагональ основания параллельно боковому ребру проведена плоскость. Найдите площадь сечения.
40	В наклонном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ основанием служит квадрат $ABCD$. Все ребра параллелепипеда равны между собой. Боковое ребро AA_1 составляет с плоскостью основания угол 60°, $\angle A_1AD = \angle A_1AB < 90°$. Площадь диагонального сечения BB_1D_1D равна Q. Найдите площадь боковой поверхности параллелепипеда.	В основании пирамиды $DABC$ лежит равнобедренный треугольник ABC, $AC = CB = a$, $\angle ACB = 120°$. Грани DAC и DAB перпендикулярны к плоскости основания, а грань DBC составляет с ней угол 45°. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.
50	В наклонной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ двугранные углы с ребрами CC_1 и BB_1 соответственно равны 45° и 30°. Расстояние от ребра AA_1 до диагонали B_1C грани CC_1B_1B равно 1. Площадь грани CC_1B_1B равна $4(1+\sqrt{3})$. Найдите площадь боковой поверхности призмы.	В правильной треугольной усеченной пирамиде сторона верхнего основания равна 2. Плоский угол при вершине нижнего основания равен 60°. Через сторону верхнего основания параллельно боковому ребру проведена плоскость. Площадь сечения равна 8. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды и высоту полной пирамиды, частью которой является данная усеченная.
60	Основанием наклонного параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ служит ромб $ABCD$, $AC = 40$; $BD = 30$; $AA_1 = 2\sqrt{17}$, $\angle A_1AD = \angle A_1AB < 90°$. Высота параллелепипеда равна 2. Найдите площадь боковой поверхности параллелепипеда.	В правильной треугольной пирамиде $MABC$ сторона основания равна a, а высота — $2a$. Найдите угол между стороной основания AC и плоскостью грани CMB.

Ответы

	Двугранный угол	Прямая призма. Прямой параллелепипед	Наклонная призма	Пирамида. Усеченная пирамида
10	$45°$	$45°$	75	$270\sqrt{3}$
20	62.5 см	$2\sqrt{3}$	$ab\sqrt{2}$	$100(3+2\sqrt{6})$
30	$45°$	$\frac{3a^2\sqrt{2}}{4}$	$60°; 120°$	$\frac{a^2}{2}$
40	3	$\frac{m\sqrt{6}}{2}; m^2\sqrt{2}$	$Q\sqrt{7}$	$\frac{a^2}{2}(3+2\sqrt{3})$
50	$\cos X = \frac{1}{26}$	$30\sqrt{2}$	$4(3+\sqrt{2}+\sqrt{3})$	$24\sqrt{3}; 2\sqrt{6}$
60	$120°$	$\arccos\frac{1}{4}$	520	$\frac{7a}{2\sqrt{3}}$

Приложение 2. Математическая карусель

5-6 класс, математика. Математическая карусель на тему «Задачи на движение»

Задания

1. Велосипедист и пешеход отправились одновременно в одном направлении из двух пунктов, расстояние между которыми 24 км. Через сколько часов велосипедист догонит пешехода, если скорость велосипедиста 11 км/ч, а пешехода – 5 км/ч?
2. Два автобуса вышли одновременно навстречу друг другу из двух селений, расстояние между которыми 450 км. Скорость одного 40 км/ч, а другого на 10 км/ч больше. Какое расстояние до встречи пройдет каждый?
3. Два пешехода вышли из одного пункта в противоположных направлениях. Скорость одного 6 км/ч, другого – 4 км/ч. Через сколько часов пешеходы удалятся на 30 км друг от друга?
4. Два пешехода вышли одновременно навстречу друг другу и через 3 часа встретились. Какое расстояние было между ними, если скорость одного 6 км/ч, а другого – 4 км/ч?
5. Из города в одном и том же направлении отправились одновременно два автомобиля, скорости которых 75 км/ч и 63 км/ч. На сколько километров отстанет один автомобилист от другого за 3 ч?
6. Из двух пунктов А и В навстречу друг другу вышли два велосипедиста, один со скоростью 10 км/ч, а другой – 15 км/ч. чему равно расстояние между А и В, если велосипедисты встретились через 3 ч?
7. Из двух пунктов находящихся на расстоянии 24 км, вышли одновременно автомашины и идут в одном направлении. Вторая машина идет со скоростью 62 км/ч и догоняет первую через 4 ч. Какова скорость первой машины?
8. Из двух пунктов находящихся на расстоянии 30 км, одновременно навстречу друг другу вышли два пешехода. Через сколько часов пешеходы встретятся, если скорости у них равны 6 км/ч и 4 км/ч?
9. Из Ленинграда и Пскова по направлению к Одессе одновременно вышли два поезда. Скорость ленинградского поезда 67 км/ч, а псковского 49 км/ч. На каком расстоянии от Ленинграда первый поезд догонит второй, если между Ленинградом и Псковом 270 км?
10. Из Москвы до Владивостока вылетели одновременно по одному маршруту два самолета: один со скоростью 900 км/ч, а другой 650 км/ч. На сколько километров самолет обгонит второй за 3 ч?
11. Из одного пункта в противоположных направлениях вышли два пешехода. Скорость одного из них 6 км/ч, другого – 4 км/ч. Какое расстояние будет между ними через 3 ч?

12. Из одного пункта в противоположных направлениях отошли два велосипедиста. Один ехал со скоростью 11 км/ч, другой – 13 км/ч. Какое расстояние будет между ними через 5 ч.?
13. Из одного пункта в противоположных направлениях отправились два лыжника. Один из них ехал со скоростью 13 км/ч, а скорость второго была на 2 км/ч меньше. Через сколько часов расстояние между ними будет равно 48 км?
14. Из одного пункта одновременно в противоположных направлениях отправились два велосипедиста. Скорость одного 11 км/ч, а другого – 13 км/ч. Какое расстояние будет между велосипедистами через 4 ч?
15. Из одного пункта одновременно в противоположных направлениях отправляется пешеход со скоростью 5 км/ч и велосипедист со скоростью 12 км/ч. Через сколько часов расстояние между ними будет равно 68 км?
16. Из поселка отправились одновременно в одном направлении велосипедист и автомобилист. Мотоциклист за 5 ч проезжает 280 км, а велосипедист за 2 ч проезжает 24 км. Через сколько часов расстояние между ними будет 132 км?
17. Мотоциклист и автомобилист отправились одновременно в одном направлении из одного пункта. Скорость автомобилиста 52 км/ч. Через сколько часов автомобилист обгонит мотоциклиста на 48 км, если скорость мотоциклиста 40 км/ч?
18. Находясь на расстоянии 30 км, два пешехода одновременно вышли на встречу друг к другу. Через 3 ч они встретились. С какой скоростью шел первый пешеход, если второй шел со скоростью 4 км/ч?
19. Один турист выехал из турбазы на велосипеде, другой на мотороллере, через 2 ч расстояние между ними было 92 км. С какой скоростью ехал турист на мотороллере, если скорость велосипедиста равна 14 км/ч и они ехали в разные стороны?
20. От двух пристаней одновременно на встречу друг другу отошли два теплохода и через 6 часов встретились. Какое расстояние до встречи прошел каждый теплоход, если первый шел со скоростью 22 км/ч, а второй – 24 км/ч?
21. От двух пристаней отошли одновременно в одном направлении два парохода: один со скоростью 21 км/ч, другой – 24 км/ч. через 4 ч второй догнал первый. Найдите расстояние между пристанями.
22. От одной пристани одновременно отошли теплоход «Комета» со скоростью 70 км/ч и в противоположном направлении морской пароход. Чему равна скорость морского парохода, если за 3 часа они удалились друг от друга на 294 км?
23. Расстояние между селами Мордино и Солнечное 720 км. Из Мордино в Солнечное вышел скоростной поезд со скоростью 80 км /ч. Через 2 часа навстречу ему из Солнечного в Мордино вышел обычный поезд со скоростью 60 км/ч. Через сколько часов после выхода пассажирского поезда эти поезда встретятся?
24. Чтобы добраться на работу Борис Викторович идёт пешком на автобусную остановку, куда в 7 утра подъезжает служебный автомобиль и отвозит его на работу. Однажды в понедельник, Борис Викторович пришёл на остановку в 6 утра, пошёл

навстречу машине и приехал на работу на 30 минут раньше. Сколько минут Борис Викторович шёл пешком, если скорости его и автомобиля постоянны?

Ответы

1	4 часа
2	200 км и 250 км
3	Через 3 часа
4	30 км
5	На 36 км
6	75 км
7	68 км/ч
8	Через 3 часа
9	1005 км
10	750 км
11	30 км
12	120 км
13	Через 2 часа
14	96 км
15	Через 4 часа
16	Через 3 часа
17	Через 4 часа
18	6 км/ч
19	32 км/ч
20	132 км, 144 км
21	12 км
22	28 км/ч
23	Через 4 часа
24	45 минут

6 класс, математика. Математическая карусель по теме «Отрицательные числа»

Задание		Ответы	
1	$4{,}3-(-1{,}2)$	1	$5{,}5$
2	$-99{,}1:(-9{,}91)$	2	10
3	$-2{,}4-5$	3	$-7{,}4$
4	$6{,}2\cdot(-0{,}8)$	4	$-4{,}96$
5	$\frac{3}{5}\cdot\left(-\frac{10}{27}\right)$	5	$-\frac{2}{9}$
6	$-1\frac{1}{2}\cdot\left(-\frac{1}{3}\right)$	6	$\frac{1}{2}$
7	$2\frac{1}{5}\cdot\left(-\frac{3}{22}\right)$	7	$-0{,}3$
8	$\frac{11}{3}:\left(-\frac{5}{6}\right)$	8	$-22/5$
9	$(-5{,}9)-(-13{,}8)$	9	$7{,}9$
10	$-2\frac{1}{5}:\frac{11}{15}$	10	-3
11	$\left(-\frac{2}{3}\right)-\left(-\frac{1}{3}\right)$	11	$-\frac{1}{3}$
12	$0{,}48:(-8)$	12	$-0{,}06$
13	$-\frac{5}{6}+5\cdot\left(-\frac{2}{15}\right)$	13	$-\frac{11}{6}$
14	$-5\cdot 0{,}4+6$	14	4
15	$-12\cdot\left(\frac{3}{4}-2\right)\cdot\frac{5}{12}$	15	$6{,}25$
16	$\frac{-1{,}5+(-1)}{-1{,}5-(-1)}$	16	5
17	$\frac{1{,}5-(-3{,}5)}{1{,}5+(-3{,}5)}$	17	$-2{,}5$
18	$\frac{-2{,}5+0{,}4}{-2{,}5\cdot 0{,}4}$	18	$2{,}1$
19	$\frac{-0{,}5\cdot(-0{,}6)}{0{,}5-0{,}6}$	19	$-0{,}3$
20	$=\frac{1}{2}\cdot 3\frac{1}{5}+\left(-\frac{1}{2}\right)\cdot\left(-2\frac{1}{5}\right)$	20	$0{,}3$

7 класс, алгебра. Математическая карусель на тему «линейные уравнения»

Задания

1.	$8a + 10 = 3a - 10$	21.	$-23(-7z + 2) = -529$
2.	$10(x - 2) - 12 = 14(x - 2)$	22.	$8y + 12 = 12 + y$
3.	$-25(-8y + 6) = -750$	23.	$6m + 7 = 2 + m$
4.	$-10(-4x - 10 - 24) = 300$	24.	$-2n + 15 = 13n$
5.	$-10a + 128 = -74a$	25.	$3(b - 1) - 1 = 8(b - 1) - 6$
6.	$3(5y - 6) = 16y - 8$	26.	$18 + 16k = 18 + k$
7.	$-5(3z + 1) - 11 = -1$	27.	$5(x - 6) - 2 = 2(x - 7) - 6$
8.	$-8n + 4 = -2(5n + 6)$	28.	$28 + 5a = 44 + a$
9.	$20 + 30k = 20 + k$	29.	$15k + 40 = 29k - 2$
10.	$26 - 5m = 2 - 9m$	30.	$51 + 3p = 57 + p$
11.	$9z + 11 = 13z - 1$	31.	$-50(-3m + 10) = -200$
12.	$12a + 31 = 23a - 2$	32.	$-62(2n + 22) = -1860$
13.	$2(x - 2) - 1 = 5(x - 2) - 7$	33.	$-11z + 52 = 41z$
14.	$-y + 20 = y$	34.	$14(3x - 5) = 19x - 1$
15.	$4(2y - 6) = 4y - 4$	35.	$187 + 99b = 187 + b$
16.	$-9n + 3 = 3(8n + 45)$	36.	$177 + 100x = 177 + x$
17.	$20 + 5m = 44 + m$	37.	$38 - 5a = 34 - 4a$
18.	$27 - 4k = 3 - 8k$	38.	$26 - 4z = 28 - 2z$
19.	$5b + 11 = 7b - 3$	39.	$10 + 9a = 26 + a$
20.	$8a + 11 = 4a - 1$	40.	$-20(-10x + 4) = 120$

Ответы

1. $a = -4$
2. $x = -1$
3. $y = -3$
4. $x = -1$
5. $a = -2$
6. $y = -10$
7. $z = -1$
8. $n = -8$
9. $k = 0$
10. $m = -6$
11. $z = 3$
12. $a = 3$
13. $x = 4$
14. $y = 10$
15. $y = 5$
16. $n = -4$
17. $m = 6$
18. $k = -6$
19. $b = 7$
20. $a = -3$
21. $z = -3$
22. $y = 0$
23. $m = -1$
24. $n = 1$
25. $b = 2$
26. $k = 0$
27. $x = 4$
28. $a = 4$
29. $k = 3$
30. $p = 3$
31. $m = 2$
32. $n = 4$
33. $z = 1$
34. $x = 3$
35. $b = 0$
36. $x = 0$
37. $a = 4$
38. $z = -1$
39. $a = 2$
40. $x = 1$

8 класс, алгебра. Математическая карусель на тему «Арифметический квадратный корень»

Задания

1 (исх)	Вычислите: $\sqrt{\frac{9}{4}}$	1 (зач)	Вычислите: $\frac{1}{3}\sqrt{0,81}-0,5\sqrt{0,64}$
2 (исх)	Найдите наименьшее целое число, большее числа $\sqrt{62}$;	2 (зач)	При каких a выражение $\sqrt{2a-a^2-1}$ имеет смысл?
3 (исх)	Упростите: $\sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a^{18}}}}$	3 (зач)	Одна из сторон прямоугольного участка составляет 25% другой его стороны. Найдите периметр участка, если его площадь равна 16 м^2
4 (исх)	Найдите значение выражения: $\sqrt{121\cdot 64}$	4 (зач)	Решите уравнение: $\sqrt{x-3}=2-x$.
5 (исх)	Вычислите: $\sqrt{256}+\sqrt{144}$	5 (зач)	Упростите выражение: $\sqrt{a^3-b^3+a^2b-ab^2}$, если $a>b>0$;
6 (исх)	Найдите сторону квадрата, если его площадь равна 49 см^2	6 (зач)	Какое из чисел больше: $3\sqrt{2}$ или $\sqrt{19}$;
7 (исх)	Решите уравнение: $\sqrt{3-5x}=1$	7 (зач)	Упростите выражение $\sqrt{a^2-13a+45+\sqrt{a^2-8a+16}}$ при $a\leqslant 4$;
8 (исх)	Найдите наибольшее целое число, меньшее числа $\sqrt{1250}$.	8 (зач)	Упростите выражение: $\frac{a^2}{2-a}\sqrt{\frac{1}{a}+\frac{4(1-a)}{a^3}}$, если $a>2$.
9 (исх)	Решите уравнение: $\sqrt{4x+1}=7$.	9 (зач)	Найдите значение выражения: $\sqrt{10\cdot 20\cdot 48\cdot 36\cdot 75\cdot 98}$
10 (исх)	Найдите два последовательных натуральных числа, между которыми заключено	10 (зач)	Упростите выражение: $\sqrt{(a+1)^2-4a}$
11 (исх)	Вычислите: $\left(3\sqrt{\frac{2}{3}}\right)^2$	11 (зач)	Выполните действия $(a>0, b>0)$: $\sqrt{\frac{576a^{12}}{225b^{26}}}$
12 (исх)	Найдите наименьшее целое число, большее числа $\sqrt{893}$.	12 (зач)	Какое из чисел больше: $\sqrt{5\sqrt{3}}$ или $\sqrt{6\sqrt{2}}$

13 (исх)	Найдите значение выражения: $\sqrt{21\cdot 6\cdot 7\cdot 8}$	13 (зач)	При каких a выражение $\sqrt{-a^6}$ имеет смысл?
14 (исх)	Найдите сторону квадрата, если его площадь равна 17 см^2	14 (зач)	Упростите выражение: $\sqrt{(a^4+2)^2-8a^4}$
15 (исх)	Вынесите множитель из-под знака корня ($a > 0$): $\sqrt{a^3}$	15 (зач)	Вынесите множитель из-под знака корня $(a\geqslant 0,\ b>0,\ c>0)$: $\sqrt{\frac{50a^8c^7}{81b^5}}$
16 (исх)	Найдите два последовательных натуральных числа, между которыми заключено	16 (зач)	Упростите выражение $(a\geqslant 0,\ b\geqslant 0)$: $\sqrt{12a^{17}\cdot 21b^3\cdot 24b^5\cdot 42a^3}$.
17 (исх)	Вычислите: $\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{1024}}}$	17 (зач)	Внесите множитель под знак корня: $(m-3)\sqrt{\frac{1}{m-3}}$
18 (исх)	Найдите значение выражения: $\sqrt{32\cdot 18}$	18 (зач)	Какое из чисел больше: $4\sqrt{3}$ или $3\sqrt{5}$;
19 (исх)	Найдите наибольшее целое число, меньшее числа $\sqrt{95}$	19 (зач)	Вынесите множитель из-под знака корня $(a\geqslant 0,\ b>0,\ c>0)$. $\sqrt{\frac{a^{6n+1}}{b^{4m}}}$.
20 (исх)	Найдите два последовательных натуральных числа, между которыми заключено	20 (зач)	Упростите выражение $(a\geqslant 0,\ b\geqslant 0)$: $\sqrt{30a^7\cdot 45b^3\cdot 75b^5\cdot 98a^3}$
21 (исх)	Найдите значение выражения: $\sqrt{169\cdot 0{,}36}$	21 (зач)	Внесите множитель под знак корня: $(n-4)\sqrt{\frac{1}{2n-8}}$
22 (исх)	Вынесите множитель из-под знака корня: $\sqrt{128}$	22 (зач)	Вынесите множитель из-под знака корня $(a\geqslant 0,\ b>0,\ c>0)$: $\sqrt{a^{2n}b^{4m}}$
23 (исх)	Внесите множитель под знак корня: $2\sqrt{7}$;	23 (зач)	Упростите выражение: $a^3\sqrt{\frac{1}{a^2}-\frac{2a-1}{a^4}}$, если $a<1,\ a\neq 0$;
24 (исх)	Найдите значение выражения: $\sqrt{27\cdot 12}$	24 (зач)	При каких а имеет смысл выражение $\sqrt{a^3+a^2-a-1}$
25 (исх)	Вынесите множитель из-под знака корня: $\sqrt{20}$	25 (зач)	Внесите множитель под знак корня: $b\sqrt{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}}$ $(a>0,\ b>0)$;
26 (исх)	Внесите множитель под знак корня: $a\sqrt{2}$	26 (зач)	Вынесите множитель из-под знака корня $(a\geqslant 0,\ b>0,\ c>0)$: $\sqrt{a^{4n+3}b^{2m+3}}$

27 (исх)	Решите уравнение: $\sqrt{x}=-2$;	27 (зач)	Упростите выражение $\sqrt{y^2-10y+25}+\sqrt{y^2-14y+49}$ при $y\geqslant 7$
28 (исх)	Найдите значение выражения: $\sqrt{45\cdot 10\cdot 18}$	28 (зач)	При каких a выражение $\sqrt{-\frac{a^2}{5}+2a-5}$ имеет смысл?
29 (исх)	Внесите множитель под знак корня: $3\sqrt{3}$,	29 (зач)	Внесите множитель под знак корня: $a\sqrt{\frac{1}{a}+\frac{1}{a^2}}$
30 (исх)	Вынесите множитель из-под знака корня: $\sqrt{18\cdot 10}$	30 (зач)	Упростите выражение: $\sqrt{a^3+a^2-a-1}$, если $a>1$;

Ответы

Исходный		Зачетный	
1	$\frac{3}{2}$	1	$-0{,}1$
2	8	2	$a=0$
3	a^3	3	8
4	88	4	$\emptyset$
5	28	5	$(a+b)\sqrt{a-b}$
6	7	6	$\sqrt{19}$
7	$x=\frac{2}{5}$	7	$7-a$
8	35	8	$-a\sqrt{\frac{1}{a}}$
9	$x=12$	9	50400
10	15 и 16	10	$\lvert a-1\rvert$
11	6	11	$\frac{8a^6}{5b^{13}}$
12	30	12	$\sqrt{5\sqrt{3}}$
13	74	13	$a=0$
14	$\sqrt{17}$	14	a^4-2
15	$a\sqrt{a}$	15	$\frac{5a^4c^3}{9b^4}\sqrt{\frac{2c}{b}}$
16	5 и 6	16	$504a^{10}b^4$
17	4	17	$\sqrt{m-3}$
18	24	18	$4\sqrt{3}$
19	9	19	$\frac{a^{3n}}{b^{2n}}\sqrt{a}$
20	25 и 26	20	$3150a^5b^4$
21	7,8	21	$\sqrt{\frac{n-4}{2}}$
22	$8\sqrt{2}$	22	a^nb^{2n}
23	$\sqrt{28}$	23	$a(1-a)$

24	18	24	$a \geq 1$ или $a = -1$
25	$2\sqrt{5}$	25	$\sqrt{\frac{(a+b)b}{a}}$
26	$\sqrt{2a^2}$	26	$a^{2n+1}\ b^{m+1}\sqrt{ab}$
27	$\emptyset$	27	$2y - 12$
28	90	28	$a \leq 5$
29	$\sqrt{27}$	29	$a^2 + 1$
30	$6\sqrt{5}$	30	$(a+1)\sqrt{a-1}$

10-11 класс, алгебра. Математическая карусель на тему «Тригонометрия»

Задания

1 (исх)	Найдите радианную меру угла в 32°	1 (зач)	Найдите число x, где $0 \le x \le 2\pi$, и натуральное число k, такие, чтобы выполнялось равенство $\alpha = x + 2\pi k$, если $\alpha = \frac{17}{3}\pi$
2 (исх)	Вычислите: $\sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) + \cos\frac{\pi}{2}$	2 (зач)	Решите уравнение: $\cos(5x + 4\pi) = 1$
3 (исх)	Решите уравнение: $1 - \sin x = 0.$	3 (зач)	Известно, что $\operatorname{tg}\alpha = 2$. Найдите значение выражения $\frac{\sin^2\alpha + 2\cos^2\alpha}{\sin^2\alpha - \cos^2\alpha}$
4 (исх)	Вычислите значение всех тригонометрических функций, если $\sin\alpha = -\frac{5}{13}$ и $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$	4 (зач)	Упростите: $\cos\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right)\cos\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) + \frac{1}{2}\sin^2\alpha;$
5 (исх)	Найдите координаты точки единичной окружности, полученной поворотом точки (1;0) на угол $-6{,}5\pi$	5 (зач)	Вычислите радиус окружности, если дуга длиной 0.36 м стягивает центральный угол в 0.9 рад
6 (исх)	Упростите выражение: $\frac{1 + \operatorname{tg}^2\alpha}{1 + \operatorname{ctg}^2\alpha}$.	6 (зач)	Вычислите $\sin 2\alpha$, если $\sin\alpha - \cos\alpha = \frac{1}{3}$
7 (исх)	Решите уравнение: $\sin(-2x) = 0$;	7 (зач)	Решите уравнение: $\cos^2 x - \sin^2 x = 2\sin x - 1 - 2\sin^2 x.$
8 (исх)	Вычислите: $5\sin\frac{\pi}{4} + 3\operatorname{tg}\frac{\pi}{4} - 5\cos\frac{\pi}{4} - 10\operatorname{ctg}\frac{\pi}{4}$	8 (зач)	Вычислите $\cos(\alpha + \beta) + 2\cos\left(\frac{\pi}{2} - \beta\right)\cdot\sin\alpha$, если $\alpha - \beta = \frac{3\pi}{4}$;
9 (исх)	Вычислите: $\cos\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right)$, если $\cos\alpha = -\frac{1}{3}$ и $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi.$	9 (зач)	Решите уравнение: $3 - \cos x = 3\cos^2 x + 3\sin^2 x.$
10 (исх)	Вычислите: $\sqrt{3}\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) + 3\operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{4}\right) - 2\operatorname{ctg}\left(-\frac{\pi}{4}\right) + 4\cos\left(-\frac{3}{2}\pi\right).$	10 (зач)	Вычислите: $8\cdot\cos\frac{\pi}{24}\cdot\sin\frac{\pi}{24}\cdot\cos\frac{\pi}{8}\cdot\sin\frac{\pi}{8}\cdot\cos\frac{\pi}{12}$;
11 (исх)	Найдите градусную меру угла в 0.36 рад	11 (зач)	Решите уравнение: $1 + \cos 8x = 2\cos 4x$
12 (исх)	Вычислить: $\frac{1 - \operatorname{tg}13^\circ\operatorname{tg}17^\circ}{\operatorname{tg}17^\circ + \operatorname{tg}13^\circ}$	12 (зач)	Найдите значение выражения $\sin\alpha\cos\alpha$, если $\sin\alpha - \cos\alpha = 0.6$
13 (исх)	Вычислите: $2\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) - 3\operatorname{ctg}\left(-\frac{\pi}{4}\right) + 7{,}5\operatorname{tg}(-\pi) + \frac{1}{8}\cos\left(-\frac{3}{2}\pi\right)$	13 (зач)	Упростите: $\frac{2\cos^2\alpha - 1}{\sin 2\alpha} : \operatorname{ctg} 2\alpha.$
14 (исх)	Вычислите: $\frac{\sqrt{2}}{2} - \left(\cos\frac{\pi}{8} + \sin\frac{\pi}{8}\right)^2$	14 (зач)	Вычислите $\sin^2\left(5\alpha - \frac{\pi}{4}\right) + 0{,}5\cos(2\alpha - \pi)$ при $\alpha = \frac{\pi}{8}$.
15 (исх)	Вычислите значение всех тригонометрических функций, если $\operatorname{ctg}\alpha = \frac{7}{24}$ и $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$	15 (зач)	Радиус круга 2.5 см, а площадь кругового сектора 6.25 см. Найдите угол, который стягивается дугой этого кругового сектора

16 (исх)	Найдите все углы, на которые нужно повернуть точку (1;0), чтобы получить точку (0;-1)	16 (зач)	Упростите: $\frac{\sin\alpha+\operatorname{tg}\alpha}{1+\cos\alpha}\cdot\frac{1+\operatorname{ctg}\alpha}{1+\operatorname{tg}\alpha}$
17 (исх)	Решите уравнение: $\sin 3x\cos 5x-\sin 5x\cos 3x=-1$	17 (зач)	Найдите наименьшее и наибольшее значение выражения $\sin^2\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)-\sin^2\alpha$, если $\frac{\pi}{8}\leqslant\alpha\leqslant\frac{\pi}{6}$;
18 (исх)	Упростите: $\cos\left(\frac{7\pi}{5}+\alpha\right)\cos\left(\frac{2\pi}{5}+\alpha\right)+\sin\left(\frac{7\pi}{5}+\alpha\right)\sin\left(\frac{2\pi}{5}+\alpha\right)$.	18 (зач)	Вычислите: $\sin^2 40^\circ+\sin^2 20^\circ+\sin^2 50^\circ+\sin^2 70^\circ$
19 (исх)	Вычислите: $\sin 0-\cos 2\pi$;	19 (зач)	Вычислите: $\frac{\sin 84^\circ}{\cos 2^\circ}-\frac{\cos 84^\circ}{\sin 2^\circ}$
20 (исх)	$\cos^2\frac{x}{2}=\sin^2\frac{x}{2}$ Решите уравнение:	20 (зач)	Решите уравнение: $\sin\left(5x-\frac{3\pi}{2}\right)\cos(2x+4\pi)-\sin(5x+\pi)\sin 2x=0.$

Ответы

1 (исх)	$\frac{8\pi}{45}$	1 (зач)	$x=\frac{5}{3}\pi,\ k=2.$
2 (исх)	-1	2 (зач)	$x=\frac{2}{5}\pi k,$
3 (исх)	$x=\frac{\pi}{2}+2\pi k,$	3 (зач)	2
4 (исх)	$\cos\alpha=\frac{12}{13},\ \operatorname{tg}\alpha=-\frac{5}{12},\ \operatorname{ctg}\alpha=-\frac{12}{5};$	4 (зач)	$\frac{1}{2}\cos^2\alpha;$
5 (исх)	(0;-1)	5 (зач)	0,4
6 (исх)	$)\ \operatorname{tg}^2\alpha$	6 (зач)	8/9
7 (исх)	$x=\frac{\pi k}{2},\ k$	7 (зач)	$x=\frac{\pi}{2}+2\pi k$
8 (исх)	-7	8 (зач)	$-\frac{\sqrt{2}}{2};$
9 (исх)	$\frac{4-\sqrt{2}}{6}$	9 (зач)	$x=\frac{\pi}{2}+\pi k,\ k$
10 (исх)	-5/2	10 (зач)	$\frac{\sqrt{2}}{4}$
11 (исх)	$\left(\frac{64{,}8}{\pi}\right)^\circ$	11 (зач)	$x=\frac{\pi k}{2},\ x=\frac{\pi}{8}+\frac{\pi k}{4},\ k\in Z;$
12 (исх)	$\sqrt{3}$	12 (зач)	8/25
13 (исх)	2	13 (зач)	1
14 (исх)	-1	14 (зач)	0.5
15 (исх)	$\operatorname{tg}\alpha=\frac{24}{7}\ \cos\alpha=-\frac{7}{25},\ \sin\alpha=-\frac{24}{25}$	15 (зач)	2 рад
16 (исх)	$-\frac{\pi}{2}+2\pi k,$	16 (зач)	1
17 (исх)	$x=\frac{\pi}{4}+\pi k,\ k$	17 (зач)	0.5 и $\frac{\sqrt{2}}{2};$
18 (исх)	-1	18 (зач)	2

19 (исх)	-1	19 (зач)	-2
20 (исх)	$x = \frac{\pi}{2} + \pi k,$	20 (зач)	$x = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi k}{3}, k \in Z.$

Приложение 3. Математическая регата

10 класс, алгебра. Математическая регата по теме «Логарифмы»

Первый этап. Каждая задача – 6 баллов. Время – 10 минут

1. Упростить выражение $\dfrac{\sqrt[5]{x^2\cdot\sqrt[4]{x^{-3}}}+\sqrt{x\cdot\sqrt[3]{x\sqrt{x}}}}{1+\sqrt[3]{x\sqrt{x}}}$.
2. Найти числовое значение выражения $2\log_{\frac{1}{5}}0{,}4-\log_{\frac{1}{5}}28+\frac{3}{2}\log_{\frac{1}{5}}\sqrt[3]{49}$;
3. Чему равен $\log_9 8$, если $\log_2 3=a$?
4. Выяснить, при каких значениях x имеет смысл выражение: $\log_{|x-2|}\left(8x-x^2-15\right)$;

Второй этап. Каждая задача – 7 баллов. Время – 15 минут

1. Решите уравнение: $\sqrt{x^5\cdot\sqrt[3]{x}}-\sqrt{\dfrac{x^5}{\sqrt[3]{x^7}}}=240.$
2. Найти числовое значение выражения $\left(3\log_{\frac{1}{2}}\sqrt[3]{\frac{1}{128}}-\log_{\frac{1}{4}}\frac{1}{32}\right):\log_{\sqrt[3]{2}}\sqrt{8}$;
3. Запишите выражение в виде суммы или разности логарифмов: $\lg\dfrac{(-3)^2\cdot(-6)}{(-7)}$.
4. Сравните: $\log_2 25\cdot\log_5\sqrt{2}$ и $\dfrac{\log_3 0{,}75}{\log_3\sin\frac{\pi}{3}}$.

Третий этап. Каждая задача – 8 баллов. Время – 20 минут

1. Сократите дробь $\dfrac{\sqrt{a^2+4a-5}+\sqrt{a^2-3a+2}}{\sqrt[4]{a^2-2a+1}}$.
2. Вычислить: $\dfrac{\log_2 18}{\log_{36}2}-\dfrac{\log_2 9}{\log_{72}2}$.
3. Выразить логарифм через заданные величины a и b:
   $\log_{350}140$, если $a=\log_5 2$, $b=\log_7 5$.
4. Вычислить: $7^{\frac{1+\lg 6}{\lg 28-\lg 4}}$.

Четвертый этап. Каждая задача – 9 баллов. Время – 25 минут

1. Упростить выражение $\left(\dfrac{a\sqrt[4]{a}+\sqrt[4]{a^2b^3}}{\sqrt[4]{a^3}+\sqrt[4]{a^2b}}-\sqrt[4]{ab}\right):\left(\sqrt[4]{a}-\sqrt[4]{b}\right)-\sqrt[4]{a}$;

2. Чему равен $\log_{y\sqrt{x}}(x\sqrt{y})$, если $\log_{xy^2} x = a$?

3. Вычислить $2^{6\log_{2\sqrt{2}}(5-\sqrt{10})+8\log_{0,25}(\sqrt{5}-\sqrt{2})}$;

4. Найти $\log_{ab^2}(ab)$, если $\log_a b - \log_b a = 1,5$.

9 класс, алгебра. Математическая регата «подготовка к ОГЭ».

Первый этап. Каждая задача – 6 баллов. Время – 10 минут

1. Решите уравнение $x^2-2x+\sqrt{3-x}=\sqrt{3-x}+8.$

2. Решите неравенство $\dfrac{-14}{x^2+2x-15}\le 0.$

3. Решите систему неравенств $\begin{cases}\dfrac{24-3x}{8+(5-2x)^2}\ge 0,\\ 22-9x\le 43-2x.\end{cases}$

Второй этап. Каждая задача – 7 баллов. Время – 15 минут

1. Имеются два сосуда, содержащие 4 кг и 16 кг раствора кислоты различной концентрации. Если их слить вместе, то получится раствор, содержащий 57% кислоты. Если же слить равные массы этих растворов, то полученный раствор будет содержать 60% кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится в первом растворе?

2. Первый рабочий за час делает на 9 деталей больше, чем второй, и выполняет заказ, состоящий из 112 деталей, на 4 часа быстрее, чем второй рабочий, выполняющий такой же заказ. Сколько деталей в час делает второй рабочий?

3. Кролик утверждает, что вчера Винни-Пух съел не менее 9 баночек мёда, Пятачок — что не менее 8 баночек, ослик Иа — что не менее 7. Сколько баночек мёда съел вчера Винни-Пух, если из трех этих утверждений истинно только одно?

Третий этап. Каждая задача – 8 баллов. Время – 20 минут

1. Постройте график функции $y=-2-\dfrac{x^4-x^3}{x^2-x}$ и определите, при каких значениях m прямая $y=m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

2. Постройте график функции $y=3-\dfrac{x+5}{x^2+5x}$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ не имеет с графиком ни одной общей точки.

3. Постройте график функции $y=\dfrac{(\sqrt{x^2-5x+6})^2}{x-3}$ и найдите все значения a, при которых прямая $y=a$ не имеет с графиком данной функции общих точек.

Четвертый этап. Каждая задача – 9 баллов. Время – 25 минут

1. Найдите наименьшее значение выражения $(5x-4y+3)^2+(3x-y-1)^2$ и значения x и y, при которых оно достигается.

2. Найдите наибольшее значение выражения $\frac{x^3-y}{x^2+1}-\frac{x^2y-x}{x^2+1}$, если x и y связаны соотношением $y=x^2+x-4$.

3. При каких значениях m вершины парабол $y=-x^2+4mx-m$ и $y=x^2+2mx-2$ расположены по одну сторону от оси x?

Приложение 4. Математический биатлон

9 класс, алгебра. Математический биатлон «Степени и корни»

Первый рубеж

«Основная обойма»

1. Вычислите: $\left(\frac{1}{16}\right)^{-0,75}+10\,000^{0,25}-\left(7\frac{19}{32}\right)^{\frac{1}{5}}$;
2. Расположите числа в порядке возрастания: $\sqrt{3}$, $\sqrt[3]{4}$, $\sqrt[6]{18}$;
3. Решите уравнение: $\sqrt[4]{3x+5}=3$
4. Решите неравенство: $\sqrt[3]{x+1}\geqslant 2$
5. Сократите дробь: $\frac{a-b}{\sqrt[4]{b}-\sqrt[4]{a}}$

«Запасная обойма»

6. Упростите: $(a^{-0,5}+0,5a^{0,75})^2$
7. Упростите: $\left(b^{\frac{1}{3}}-b^{-\frac{2}{3}}\right)^3$
8. Упростите: $(a^{-0,5}-a^{0,5})^{-1}\cdot(a+a^{-1}-2)$;

Второй рубеж

«Основная обойма»

1. Вычислите: $\sqrt[3]{2\sqrt{6}-5}\cdot\sqrt[6]{49+20\sqrt{6}}$.
2. Решите уравнение: $2\sqrt[6]{5x+2}-1=0$
3. При каких значениях переменной выражение имеет смысл: $\sqrt[9]{\frac{2a}{a^3+8a^2-20a}}$
4. Решите неравенство: $\sqrt[4]{x+2}\leqslant 3$
5. Решите уравнение: $27^{3-\frac{1}{3}y}-81=0$

«Запасная обойма»

6. Упростите: $\left(b^{-\frac{2}{5}}-b^{0,8}\right)(b^{1,6}+b^{-0,8})\left(b^{\frac{4}{5}}+b^{-0,4}\right)$
7. Упростите: $(a^{1,8}+1)\left(a^{\frac{6}{5}}+a^{\frac{3}{5}}+1\right)(a^{0,6}-1)$;
8. Упростите: $\left(b^{\frac{7}{4}}-2\right)(b^{3,5}+2b^{1,75}+4)(8+b^{5,25})$.

Третий рубеж

«Основная обойма»

1. Вычислите: $\sqrt[3]{\sqrt{5}+\sqrt[4]{52}}\cdot\sqrt[3]{5+2\sqrt{13}}\cdot\sqrt[3]{\sqrt[4]{52}-\sqrt{5}}$;
2. Решите уравнение: $(1-|x|)^{0,8}=2$
3. Определите знак числа: $\dfrac{\sqrt[9]{-1990}-\sqrt[9]{-1991}}{\sqrt[8]{0,51}-\sqrt[8]{0,8}}$
4. Вычислите: $\log_{2401}\frac{1}{49}$
5. При каких значениях переменной выражение имеет смысл: $\sqrt[8]{-5a^2+7a-2}$

«Запасная обойма»

6. Упростите: $\left(a^{-\frac{2}{3}}+a^{\frac{3}{4}}\right)\left(a^{-\frac{4}{3}}-a^{\frac{1}{12}}+a^{1,5}\right)$
7. Упростите: $\left(b^{\frac{8}{3}}+b^{-\frac{1}{15}}+b^{-2,8}\right)\left(b^{\frac{4}{3}}-b^{-\frac{7}{5}}\right)$
8. Сократите дробь: $\dfrac{a^{\frac{1}{6}}+5}{25-a^{\frac{1}{3}}}$

Четвертый рубеж

«Основная обойма»

1. Упростите выражение $\dfrac{a^{-\frac{4}{3}}b^{-2}-a^{-2}b^{-\frac{4}{3}}}{a^{-\frac{5}{3}}b^{-2}-b^{-\frac{5}{3}}a^{-2}}$;
2. Упростите выражение $\left(\dfrac{a+b}{\sqrt[3]{a^2}-\sqrt[3]{b^2}}+\dfrac{\sqrt[3]{ab^2}-\sqrt[3]{a^2b}}{\sqrt[3]{a^2}-2\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^2}}\right):(\sqrt[6]{a}-\sqrt[6]{b})$.
3. Решите уравнение: $\dfrac{8}{(\sqrt{2})^x}=4^{3x-2}\sqrt{2}$.
4. Вычислите: $\log_{128}\frac{1}{512}$
5. Решите уравнение: $(x^{2,4}+3x^2)^{0,2}+3(x^{0,4}+3)^{0,2}=\sqrt[5]{4096}$.

«Запасная обойма»

6. Сократите дробь: $\dfrac{a+b}{a-a^{\frac{2}{3}}b^{\frac{1}{3}}+a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{2}{3}}}$
7. Сократите дробь: $\dfrac{a^{0,75}-b^{0,5}}{a^{\frac{1}{8}}+b^{\frac{1}{12}}}$

8. Сократите дробь: $\dfrac{b^{\frac{8}{7}}-a^{0,8}}{a^{\frac{6}{5}}+b^{\frac{12}{7}}}$

Ответы

Первый рубеж.

1. 13
2. 3,2,1
3. 25 1/3
4. $x \geq 7$
5. $(a^{\frac{1}{4}}+b^{\frac{1}{4}})(a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}})$
6. $\frac{1}{a}+\sqrt[4]{a}+\frac{1}{4}a\sqrt{a}$
7. $b-3+\frac{3}{b}-\frac{1}{b^2}$
8. $\frac{1-a}{\sqrt{a}}$

Второй рубеж

1. -1
2. 13/64
3. $R\backslash\{0\}\backslash\{2\}\backslash\{-10\}$
4. $-2 \leq x \leq 79$
5. 5
6. $\frac{1}{b\sqrt[5]{b^3}}-b^3\sqrt[5]{b}$
7. $a^{3,6}-1$
8. $b^{10,5}-64$

Третий рубеж

1. 3
2. Нет решений
3. –
4. -1/2
5. $a \geq 0, a \neq 1$
6. $a^{\frac{9}{4}}+a^{-2}$
7. $b^4-b^{4,2}$
8. $\frac{1}{5-a^{\frac{1}{6}}}$

Четвертый рубеж

1. $a^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{1}{3}}$
2. $a^{\frac{1}{6}} + b^{\frac{1}{6}}$
3. 1
4. -9/7
5. 1
6. $1 + \left(\frac{b}{a}\right)^{\frac{1}{3}}$
7. $\left(a^{\frac{3}{8}} - b^{\frac{1}{4}}\right)\left(a^{\frac{1}{4}} - a^{\frac{1}{8}} \cdot b^{\frac{1}{12}} + b^{\frac{1}{6}}\right)$
8. $\frac{b^{\frac{4}{7}} - a^{\frac{2}{4}}}{a^{\frac{4}{5}} - a^{\frac{2}{5}} b^{\frac{4}{7}} + b^{\frac{8}{7}}}$

10 класс, алгебра. Математический биатлон в конце года.

Задания

Первый рубеж. Степени, корни и модули

1. $\sqrt{2x+1}+\sqrt{x-3}=4.$
2. $x^2-2x-3=3|x-1|.$
3. $\frac{x^2-8|x|+12}{x^2-6x+9}<0.$
4. $5^x\cdot 2^{\frac{2+x}{x}}=40.$
5. $\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{3}{x}}\geqslant 3^{2+x}$

Первый рубеж. Степени, корни и модули. Запас

6. $9^x-4\cdot 3^x-45=0.$
7. $16^x+4^x-2>0.$
8. $\sqrt[3]{x^3-19}=x-1.$

Второй рубеж. Логарифмы

1. $\log_2(x+2)=\log_2(x^2+x-7).$
2. $\log_{x-6}(x-4)=2.$
3. $\log_3(0{,}5+x)=\log_3 0{,}5-\log_3 x.$
4. Вычислить: $\frac{\log_2 6+\log_2 20-\log_2 15}{\log_3 4\sqrt{2}-\log_3 20\sqrt{6}+\log_3 15\sqrt{3}}.$
5. $\log_{\frac{1}{3}}\frac{3}{x+1}<-\log_3(3-x).$

Второй рубеж. Логарифмы. Запас

6. $3^{2x}+6\cdot 3^x-27=0;$
7. Вычислить $\log_5 15\cdot(2-\log_{15}45).$
8. $\log_2^2 x-3\log_2 x=4;$

Третий рубеж. Тригонометрия

1. $4\sin^2 x+\sin x\cos x-\cos^2 x=2.$
2. $16\,\mathrm{tg}^4 x=1$
3. $4\sin^2 x-8\sin x+3\leqslant 0.$
4. $\sin 2x+5(\sin x+\cos x+1)=0.$
5. $\sin 3x+\cos 5x=0.$

Третий рубеж. Тригонометрия. Запас

6. $1-2\sin^2 2x=2\cos 4x$
7. $3\sin x+4\cos x=5.$
8. $2\sin^2 x-\cos x-1=0.$

Четвертый рубеж. Всякое разное

1. Петя поделил число a на число b. Затем, увеличив делимое на 1 и уменьшив делитель на 2, он с удивлением обнаружил, что частное после этого не изменилось. Чему могло равняться это частное?
2. $a + b + c = 14$, $(a + b):(b + c):(a + c) = 6:7:8$. Найти эти числа.
3. Первый член числовой последовательности равен 1, второй ее член равен 2008, а каждый член, начиная с третьего, равен модулю разности двух предыдущих. Найдите 2009-ый член этой последовательности.
4. Известно, что $a^2+b^2=3ab$ и $a > b > 0$. Вычислите $\frac{a+b}{a-b}$.
5. Сколько есть трёхзначных чисел, у которых сумма двух крайних цифр вдвое больше средней цифры?

Четвертый рубеж. Всякое разное. Запас

6. На сколько нулей оканчивается произведение $1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot\ldots\cdot 105$?
7. Какой угол образуют часовая и минутная стрелки в двадцать минут первого?
8. Электрик должен отремонтировать гирлянду из четырёх последовательно соединённых лампочек, одна из которых перегорела. На вывинчивание любой лампы из гирлянды уходит 10 секунд, на ввинчивание – тоже 10 секунд. Время, которое тратится на другие действия, пренебрежимо мало. За какое минимальное время электрик может гарантированно починить гирлянду, если у него есть запасная лампа?

Ответы:

Первый рубеж. Степени и корни

1. 4
2. 5; -3
3. $-6 < x < -2,\ 2 < x < 3,\ 3 < x < 6.$
4. $\log_5 4;\ 1.$
5. $(-\infty; 0).$

Первый рубеж. Степени, корни и модули. Запас

6. 2
7. x>0
8. 3; -2

Второй рубеж. Логарифмы

1. 3
2. 8
3. 0.5
4. 3
5. $(-1;0)\cup(2;3).$

Второй рубеж. Логарифмы. Запас

6. 1
7. 2
8. 16, 0.5

Третий рубеж. Тригонометрия

1. $x = \frac{\pi}{4} + \pi n,\ x = -\operatorname{arctg}\frac{3}{2} + \pi n,\ n \in \mathbb{Z}.$
2. $x = \pm\operatorname{arctg}\frac{1}{2} + \pi n,\ n \in \mathbb{Z};$
3. $\frac{\pi}{6} + 2\pi n \leqslant x \leqslant \frac{5\pi}{6} + 2\pi n,\ n \in \mathbb{Z}.$
4. $x = \pi + 2\pi n,\ x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n,\ n \in \mathbb{Z}.$
5. $x = \frac{\pi}{4} + \pi n,\ x = \frac{3\pi}{16} + \frac{\pi n}{4},\ n \in \mathbb{Z}.$

Третий рубеж. Тригонометрия. Запас

6. $x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{4},\ n \in \mathbb{Z}$
7. $x = \arcsin\frac{3}{5} + 2\pi n,\ n \in \mathbb{Z}.$

8. $x = \pi + 2\pi n,\ x = \pm\frac{\pi}{3} + 2\pi n,\ n \in \mathbb{Z}.$

Четвертый рубеж. Всякое разное

1. -0.5
2. $4^2/_3$, $3^1/_3$, 6
3. 670
4. $\sqrt{5}$
5. 45

Четвертый рубеж. Всякое разное. Запас

6. 25
7. 110
8. 80

Приложение 5. Математическое домино

10 класс, алгебра. Математическое домино в конце первого полугодия

Задания

0:0	Запишите высказывание словами $A(m,n) \equiv \{\forall a \in \mathbb{N}\ [(\exists b \in \mathbb{N}\ \ (m = ab)) \wedge (\exists c \in \mathbb{N}\ \ (n = ac))] \Rightarrow (a = 1)\}$.
0:1	Заданы множества $A = (-\infty; 2]$ и $B = (-2; +\infty)$. Найти множества $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$.
0:2	Найти количество трехзначных чисел: кратных 4 или 6, но не кратных 9.
0:3	Вычислить: $\log_9 3 - 3 \cdot \log_{\sqrt{5}} 0{,}2$;
0:4	Выяснить взаимное расположение прямых: 1) $y = a^2x - 1$ и $y = (2a+3)x + a$;
0:5	Решить уравнение: 1) $\left[\frac{4x-9}{11}\right] = x$; 2
0:6	Найти значение выражения: 1) $\frac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{2+\sqrt{3}}} + \frac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{2-\sqrt{3}}}$;
1:1	Записать выражение без знака модуля: $\lvert\sqrt{5} - \sqrt{2} - 1\rvert + \lvert 1 - \sqrt{2}\rvert$.
1:2	Сравнить числа: 1) $a = \sqrt{2} - \sqrt{5}$ и $b = \sqrt{3} - 2$;
1:3	Вычислить: $\left(3^{-1{,}5} - \left(\frac{9}{\sqrt{3}}\right)^{\frac{1}{3}}\right) \cdot \left(3^{-1{,}5} + \left(\frac{9}{\sqrt{3}}\right)^{\frac{1}{3}}\right)$.
1:4	Найти множество значений функции: 4) $f(x) = 3 - \lvert 6x + 3\rvert$.
1:5	Решить уравнение: $\{x+1\} + \{x-2\} + \{x+3\} = 2$;
1:6	Вычислить: 1) $(\log_6 9)^2 + \frac{\log_6 324}{\log_4 6}$;
2:2	Найти числовое значение выражения: $\left(\sqrt[3]{3^2} \cdot \sqrt[4]{2^2}\right)^6 : \sqrt[3]{8^2}$
2:3	Найти числовое значение выражения: $\frac{5}{3}\log_{\frac{2}{3}} \sqrt[5]{8} - 3\log_{\frac{2}{3}} 3 + \frac{1}{2}\log_{\frac{2}{3}} 36$.
2:4	При каких значениях параметра c функция $y = \frac{x+1}{cx+2}$ убывает на промежутке $[-0{,}5; 1)$?
2:5	Найти наименьшее и наибольшее значения функции на указанном отрезке: $f(x) = \lvert x(6-x)\rvert$, $[7; 9]$.
2:6	Найти наименьшее и наибольшее значения функции $y = f(x)$ на указанном промежутке: 1) $f(x) = x^4 - x^2 - 2$, $[-3; 2]$;

3:3	Упростить выражение: $\dfrac{\sqrt[5]{x^2\cdot\sqrt[4]{x^{-3}}}+\sqrt{x\cdot\sqrt[3]{x\sqrt{x}}}}{1+\sqrt[3]{x\sqrt{x}}}$.
3:4	Найти область определения и множество значений функции $f(x)=\sqrt{-x^2+x+2}$.
3:5	Выразить через заданные величины a и b следующие логарифмы: 1) $\log_{15}49$, если $a=\log_7 9$, $b=\log_7 45$;
3:6	Функция $f(x)$, определенная при всех значениях x и не равная 0 ни при каком значении x, удовлетворяет равенству $f(x+3)=-\frac{1+f(x)}{f(x)}$. Найти $f(1996)$, если $f(10)=3$.
4:4	Чему равен $\log_{y\sqrt{x}}(x\sqrt{y})$, если $\log_{xy^2}x=a$?
4:5	Функция $f(x)$ нечетная и периодическая с периодом $T=10$. Найти значение $f(1004)$, если $f(-4)=1{,}5$.
4:6	Вычислить $f(-3)$, если известно, что функция $g(x)=f(x)+x^2$ четная и $f(3)=4$.
5:5	Сократить дробь $\dfrac{\sqrt{a^2+4a-5}+\sqrt{a^2-3a+2}}{\sqrt[4]{a^2-2a+1}}$.
5:6	Известно, что $f(x)$ — нечетная периодическая функция с периодом 4 и $f(x)=x^4-2x^3$ при $x\in[0;2]$. Вычислить сумму $f(1)+f(2)+\ldots+f(150)$.
6:6	Решить уравнение: 1) $\{3x-0{,}7\}=5\{x\}+0{,}3$;

Ответы

0:0	Записать с помощью кванторов неопределенное высказывание $A(m,n)$, заданное на множестве натуральных чисел: $A(m,n)\equiv$ {Числа m и n не имеют общих делителей, отличных от 1}.
0:1	1) $A\cup B=\mathbb{R}$, $A\cap B=(2;2]$, $A\setminus B=(-\infty;-2]$, $B\setminus A=(2;+\infty)$.
0:2	475.
0:3	6.5
0:4	При $a=-1$ прямые совпадают, при $a=3$ параллельны, в остальных случаях пересекаются;
0:5	-2;
0:6	$\sqrt{2}$;
1:1	4) $2\sqrt{2}-\sqrt{5}$.
1:2	$a<b$;
1:3	$-\frac{80}{27}$.
1:4	$E(f)=(-\infty;3]$.
1:5	6) $\frac{n}{5}+\frac{1}{20}$, $n\in\mathbb{Z}$.
1:6	4

2:2	162
2:3	2
2:4	$c \in (2;4)$;
2:5	$f_{\text{наим}} = 7$, $f_{\text{наиб}} = 27$.
2:6	$f_{\text{наим}} = -1\frac{1}{4}$, $f_{\text{наиб}} = 70$;
3:3	2) $\sqrt[4]{x}$.
3:4	$D(f) = [-1;2]$, $E(f) = [0;1{,}5]$.
3:5	$\frac{4}{2b-a}$;
3:6	$-\frac{1}{4}$;
4:4	$\frac{3a+1}{2}$.
4:5	$-1{,}5$;
4:6	4
5:5	$\sqrt{a+5} + \sqrt{a-2}$, если $a \geqslant 2$; $\sqrt{-a-5} + \sqrt{2-a}$, если $a \leqslant -5$.
5:6	-1
6:6	$\frac{k}{2}, k \in \mathbb{Z}$;

Приложение 6. Математическая пентаграмма

5 класс, математика. Пентаграмма «Разложение чисел на простые множители»

Условие

Начинать решение задач нужно с файла 012345. Там находятся первые 5 задач. Чтобы открыть остальные файлы, вам понадобятся пароли. Пароли составляются из ответов к задачам по схеме, приведенной ниже. Например, для того, чтобы открыть файл с задачей № 7, вам понадобятся задачи 1 и 2.

Ответы записываются в порядке возрастания *номеров задач* **без пробелов**. Если в задаче несколько ответов, то записывайте их также в порядке возрастания.

Например, чтобы открыть файл номер 6, вам нужны файлы 1 и 5. Допустим, ответ на задачу 1 – 78, а на задачу 5 – 136. Тогда пароль для открытия задачи 6 будет «78136».

В файле pent_ans есть таблица, в которую можно записывать ответы и пароли. Это удобно делать, чтобы потом можно было с помощью копирования (Ctrl+C) и вставки (Ctrl+V) быстро вводить пароли, а не набивать каждый раз по много цифр.

При разложении на простые множители нужно записывать ответы в порядке возрастания простых сомножителей, каждый сомножитель ровно столько раз, сколько он встречается в разложении.

Например, $24 = 2^3 \cdot 3$. Ответом будет считаться строка «2223». $4410 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7^2$. Ответ будет «233577».

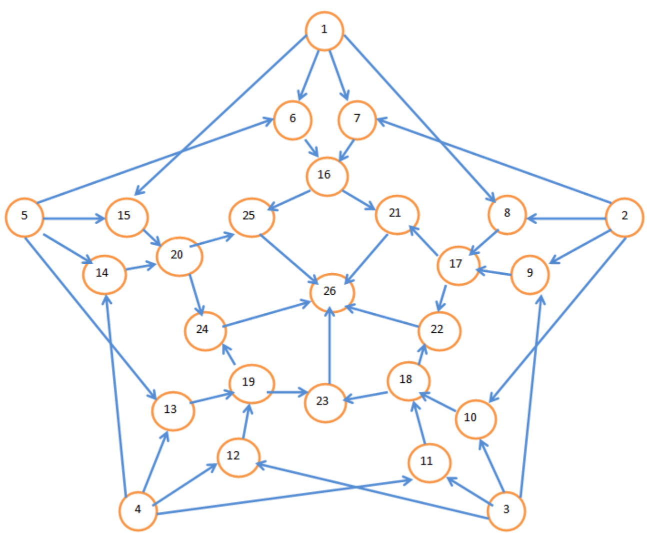

Таблица с задачами и паролями

Задача	Условие	Ответ	Пароль
1	Разложите на простые множители число 12.	223	-
2	Разложите на простые множители число 18.	233	-
3	Вычислите $2^3 \cdot 3^4 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 19^2$	234161928	-
4	Разложите на простые множители число 48.	22223	-
5	Разложите на простые множители число 150.	2355	-
6	Разложите на простые множители число 46683.	33371319	2232355
7	Разложите на простые множители число 5980.	2251323	223233
8	Разложите на простые множители число 328104.	2223337731	223233
9	Разложите на простые множители число 135575.	55111729	233234161928
10	Разложите на простые множители число 9699690	235711131719	233234161928
11	Разложите на простые множители число 32509	192959	23416192822223
12	Разложите на простые множители число 29563	173747	23416192822223
13	Разложите на простые множители число 13981	113141	222232355
14	Разложите на простые множители число 12857	132343	222232355
15	Разложите на простые множители число 215441	17192329	2232355
16	Разложите на простые множители число 1096000	222222555137	333713192251323
17	Разложите на простые множители число 1824336	222233341103	222333773155111729
18	Разложите на простые множители число 33252625	555776189	235711131719192959
19	Разложите на простые множители число 1014859	59103167	173747113141
20	Разложите на простые множители число 1879981.	113127131	13234317192329
21	Илья и Миша решали задачи. Илья решил 17 задач, а Миша – 18 задач. Сколько задач решили оба мальчика, если всего задач было 20?	15	222222555137222233341103
22	Андрей и Матвей писали словарный диктант. Андрей	21	222233341103555776189

	написал безошибочно 23 слова, а Матвей – 25. Всего слов было 30. Сколько слов было написано ими обоими верно, если в трех словах ошибки сделали оба мальчика?		
23	Ксюша и Карина раскладывали записанные на доске числа на простые множители. Ксюша разложила на простые множители 7 чисел, а Карина – 6. При этом два из написанных чисел они разложили обе. Сколько всего чисел было записано на доске?	11	55577618959103167
24	Эмма, Надя и Катя решали примеры на умножение. Эмма решила 13 примеров, Надя – 12, Катя – 10. При этом 5 примеров решили Эмма и Надя, 4 примера – Эмма и Катя, 3 примера – Катя и Надя, а один пример – все три девочки. Сколько всего было примеров, если каждый пример хоть кто-то решил?	24	59103167113127131
25	Ариша, Ксюша и Соня рисовали на листах бумаги. Ариша порисовала на 8 листах, Ксюша – на 7, Соня – на 6. При этом было 5 листов, на которых рисовали и Ариша, и Ксюша; 4 листа, на которых рисовали и Ариша, и Соня; 3 листа, на которых рисовали и Соня, и Ксюша, и 2 листа, на которых рисовали все три девочки. Сколько всего листов бумаги было изрисовано?	11	22222555137113127131
26	Ура! Это всё! Больше ничего решать не надо!		1521112411

Ссылка на архив с файлами: https://www.dropbox.com/s/wmm7my5vszpoctn/5_pent_razlozh.zip?dl=0

8 класс, алгебра. Пентаграмма «Квадратные уравнения»

Условие

Паролем для открытия файла являются решения квадратных уравнений из указанных номеров. Ответы записываются сначала в порядке возрастания номеров, а потом корней: если у уравнения два различных корня, то они пишутся по возрастанию. Если у уравнения два совпадающих корня, то пишется только один. Если у уравнения нет корней, то пишется слово «нет». Дробные корни пишутся в виде обыкновенной несократимой дроби (возможно неправильной). Иррациональных корней нет.

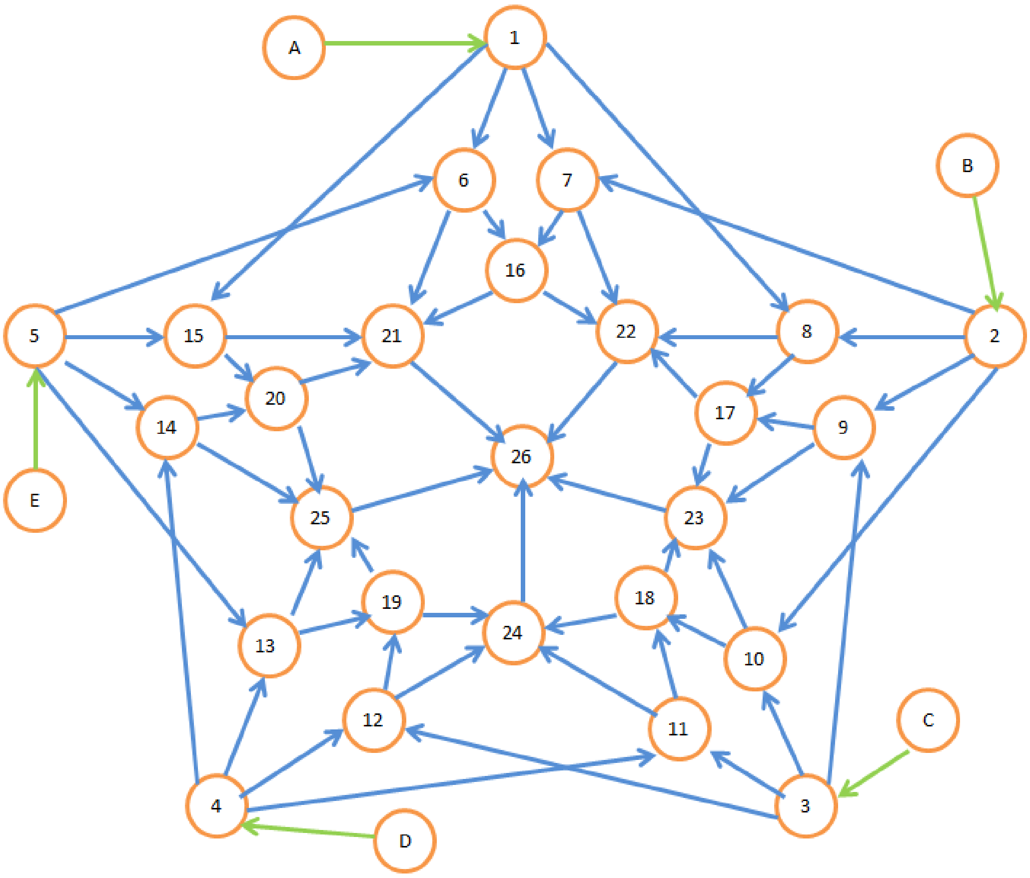

Таблица с задачами и паролями

№	Условие	Ответ	Пароль
A	$2x^2+9x+4=0$	-4 -1/2	-
B	$3x^2+13x+4=0$	-4 -1/3	-
C	$6y^2-y-1=0$	-1/3 1/2	-
D	$9x^2-30x+25=0$	5/3	-
E	$4x^2+5x+1=0$	-1 -1/4	-
1	$-3z^2+z+2=0$	-2/3 1	-4-1/2
2	$6+7x=3x^2$	-2/3 3	-4-1/3
3	$-m^2+11m-10=0$	1 10	-1/31/2
4	$3x^2+11x+6=0$	-3 -2/3	5/3

5	$6a - 5 = a^2$	1 5	-1-1/4
6	$6x^2 - 13x + 2 = 0$	1/6 2	-2/3115
7	$4y^2 + 36y = -81$	-9/2	-2/31-2/33
8	$y^2 - 2y + 7 - 0$	нет	-2/31-2/33
9	$x^2 = 2x + 3$	-1 3	-2/33110
10	$3m^2 \ - 4m + 3 = 0$	нет	-2/33110
11	$2x^2 - 7x + 3 = 0$	1/2 3	110-3-2/3
12	$x^2 + 4x - 5 = 0$	-5 1	110-3-2/3
13	$8p^2 - 14p - 4 = 0$	-1/4 2	-3-2/315
14	$21y = y^2 + 20$	1 20	-3-2/315
15	$100x^2 - 80x - 33 = 0$	-3/10 11/10	-2/3115
16	$6x^2 - 13x + 14 = 0$	нет	1/62-9/2
17	$3m^2 + 2m = 8$	-2 4/3	нет-13
18	$5x^2 - 3x = 5x + 4$	-2/5 2	нет1/23
19	$x^2 + 12x = -35$	-7 -5	-51-1/42
20	$5y^2 - 8y + 2 = -1$	3/5 1	120-3/1011/10
21	$4m^2 - 2m - 5 = 1$	-1 3/2	1/62-3/1011/10нет3/51
22	$12z^2 + 20z = 8z^2 - 21$	-7/2 -3/2	-9/2нетнет-24/3
23	$x^2 - 4x + 2 = 3x - 10$	3 4	-13нет-24/3-2/52
24	$3x^2 + 12x + 9 = 2x^2 + 3x + 1$	-8 -1	1/23-51-2/52-7-5
25	$9x^2 + 18x - 3 = 2x^2 - 3x - 17$	-2 -1	-1/42120-7-53/51
26			-13/2-7/2-3/234-8-1-2-1

Ссылка на архив с файлами: https://www.dropbox.com/s/pqhczghxfnmiedt/pent_sq_eq.zip?dl=0

9 класс, алгебра. Гексаграмма «Системы уравнений»

Условие

Паролем для открытия файла являются решения систем уравнений из указанных номеров. Ответы записываются сначала в порядке возрастания номеров, а потом в порядке возрастания сначала иксов, а потом игреков сответственно. Скобки ставятся. Между двумя (тремя) ответами в скобках ставится точка с запятой. Пробелов нет!

Например, если решением системы являются пары $(-3;2);(1;4);(-3;-1);(-5;7)$, то ответ будеть выглядеться как (-5;7)(-3;-1)(-3;2)(1;4).

Дробные корни пишутся в виде десятичной дроби. Десятичный разделитель – точка. Иррациональных корней нет.

Файл gex_ans.docx -- таблица, ктурая нужна для упрощения жизни. В нее можно внести задания, получившиеся ответы и пароли.

Удачи!

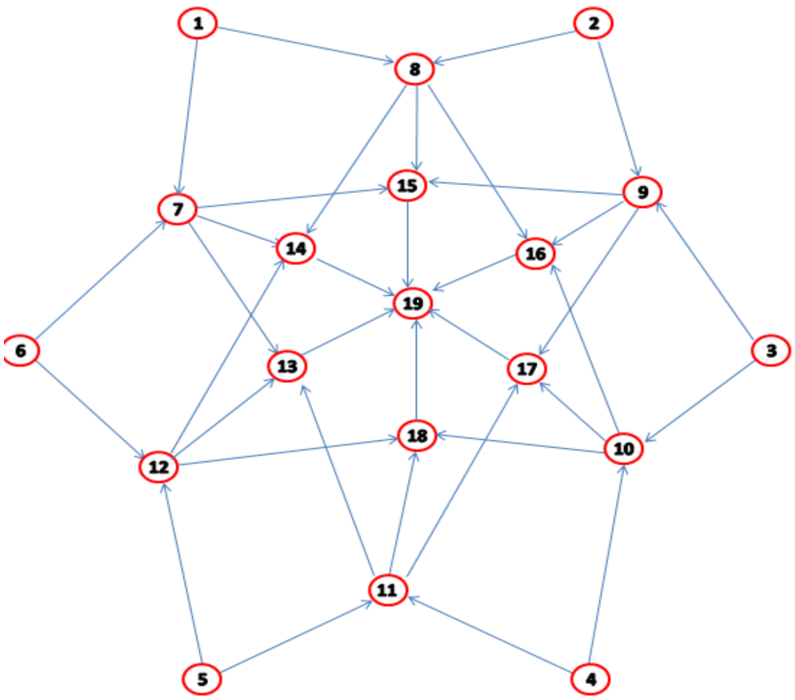

Таблица с задачами и паролями

№	Задание	Ответ	Пароль
1	$\begin{cases} x+y=3 \\ x^3+x^2y=12 \end{cases}$	(-2;5)(2;1)	-
2	$\begin{cases} x+y^2=2 \\ 2y^2+x^2=3 \end{cases}$	(1;-1)(1;1)	-

3	$\begin{cases}7 - x + y - xy = 0\\5 - y + x - xy = 0\end{cases}$	(-2;-3)(3;2)	-
4	$\begin{cases}x^2y^3 + x^3y^2 = 12\\x^{3y^4} + x^4y^3 = 24\end{cases}$	(1;2)(2;1)	-
5	$\begin{cases}xy + 2x + 2y = 5\\x^2 + y^2 + 3x + 3y = 8\end{cases}$	(1;1)	-
6	$\begin{cases}x^2 + xy - 6y^2 = 0\\x^2 - 5xy + 2y^2 = -4\end{cases}$	(-2;-1)(2;1)	-
7	$\begin{cases}x + y^3 = 2\\x^2 - 5xy + 2y^2 = -4\end{cases}$	(1;1)(2;0)	(-2;5)(2;1)(-2;-1)(2;1)
8	$\begin{cases}x^2 + y^2 - 3xy + 4x + 4y = -9\\y^2 - 3xy = 4\end{cases}$	(-1;-1)	(-2;5)(2;1)(1;-1)(1;1)
9	$\begin{cases}x^2 - 4xy + y^2 = 6\\y^2 - 3xy = 4\end{cases}$	(-1;1)(1;-1)	(1;-1)(1;1)(-2;-3)(3;2) //(1;-1)(1;1)(-2;3)(3;2)
10	$\begin{cases}\dfrac{6}{x+y} + \dfrac{5}{x-y} = 7\\\dfrac{3}{x+y} - \dfrac{2}{x-y} = -1\end{cases}$	(2;1)	(-2;-3)(3;2)(1;2)(2;1)
11	$\begin{cases}2x^8 = x^4y^4 + 1\\3y^8 = x^4y^4 + 2\end{cases}$	(-1;-1)(-1;1)(1;-1)(1;1)	(1;2)(2;1)(1;1)
12	$\begin{cases}\dfrac{5}{x^2+xy} + \dfrac{4}{y^2+xy} = \dfrac{13}{6}\\\dfrac{8}{x^2+xy} - \dfrac{1}{y^2+xy} = 1\end{cases}$	(-2;-1)(2;1)	(1;1)(-2;-1)(2;1)
13	$\begin{cases}x^2 + 2y = 6\\y^2 + 4x = 9\end{cases}$	(-4;-5)(0;3)(2;1)	(1;1)(2;0)(-1;-1)(-1;1)(1;-1)(1;1)(-2;-1)(2;1)
14	$\begin{cases}x^2 + 2y + 1 = 0\\y^2 + 2x + 1 = 0\end{cases}$	(-1;-1)	(1;1)(2;0)(-1;-1)(-2;-1)(2;1)
15	$\begin{cases}x^3 - x^{2y} + xy^2 - y^3 = 5\\x^3 + x^{2y} + xy^2 + y^3 = 15\end{cases}$	(2;1)	(1;1)(2;0)(-1;-1)(-1;1)(1;-1)
16	$\begin{cases}2x^2 + 2y^2 - 3x - 3y + xy = -1\\x^2 + y^2 - 2x - 2y + 3xy = 1\end{cases}$	(1;1)	(-1;-1)(-1;1)(1;-1)(2;1)
17	$\begin{cases}\dfrac{1}{xy} + \dfrac{1}{x+1} = \dfrac{1}{2}\\x^{2y} + xy^2 = -2\end{cases}$	(-1;1)(-1;2)(2;-1)	(-1;1)(1;-1)(2;1)(-1;-1)(-1;1)(1;-1)(1;1)
18	$\begin{cases}x^2 - 2xy = 2x - 3y\\y^2 - 3xy = 4x - 6y\end{cases}$	(0;0)(1;1)(1.6;-3.2)	(2;1)(-1;-1)(-1;1)(1;-1)(1;1)(-2;-1)(2;1)
19	$\begin{cases}x + y = 2\\xy + xz + yz = 5\\x^2 + y^2 + z^2 = 6\end{cases}$	(1;1;2)	(-4;-5)(0;3)(2;1)(-1;-1)(2;1)(1;1)(-1;1)(-1;2)(2;-1)(0;0)(1;1)(1.6;-3.2)

Ссылка на архив с файлами: https://www.dropbox.com/s/z1utbe74ksrdahu/9_gex_syst.zip?dl=0

Ссылка на онлайн-версию: https://spbal.ru/mv/gex/index.html